



António Alves Figueiredo

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

Análise e otimização de máquinas quinadoras hidráulicas

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Professor Doutor Pedro Samuel Gonçalves
Coelho, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor João M. Burguete Botelho Cardoso
Arguente(s): Prof. Doutora Raquel A. Soares Brás de Almeida
Vogal(ais): Prof. Doutor Pedro S. Gonçalves Coelho



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Março de 2013

LOMBADA



Análise e otimização de máquinas quinadoras hidráulicas.
António Figueiredo

2013



António Alves Figueiredo

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

Análise e otimização de máquinas quinadoras hidráulicas

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Professor Doutor Pedro Samuel Gonçalves
Coelho, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor João M. Burguete Botelho Cardoso
Arguente(s): Prof. Doutora Raquel A. Soares Brás de Almeida
Vogal(ais): Prof. Doutor Pedro S. Gonçalves Coelho



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Março de 2013

Copyright

Análise e otimização de máquinas quinadoras hidráulicas.

Copyright © 2013 António Alves Figueiredo

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Quero agradecer ao meu orientador, o Professor Doutor Pedro Coelho, pela disponibilidade e enorme ajuda prestada ao longo desta dissertação, bem como pelos conhecimentos transmitidos.

Quero agradecer aos meus pais por todo o apoio dado ao longo do meu percurso académico.

Agradeço, também, às pessoas que criticaram construtivamente esta dissertação, em especial, ao André Praça, à Andreia Ferreira e ao Bruno Palma.

Por fim, quero agradecer ao Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial (DEMI) da Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT) pelas instalações e equipamentos disponibilizados para o desenvolvimento da dissertação.

Resumo

Esta dissertação tem como objetivo aplicar os conhecimentos da mecânica estrutural à análise e otimização de máquinas quinadoras hidráulicas, procurando avaliar as deformações nos seus componentes e minimizar os erros de quinagem ao longo do comprimento da linha da dobra, para que se possa garantir a uniformidade do ângulo da chapa quinada.

Numa primeira fase, efetua-se um estudo prévio onde se comparam as deformações resultantes de dois carregamentos típicos no processo de quinagem, através da modelação unidimensional e bidimensional dos aventais superior e inferior a fim de avaliar a precisão da teoria de vigas de Timoshenko.

Uma vez concluída esta fase, e recorrendo ao método dos elementos finitos, constroem-se os modelos bidimensionais de quinadoras a serem estudados, tendo-se em consideração as condições de fronteira que definem cada modelo. São então analisadas as estruturas a nível das deformações. Por uma questão de simplificação das análises, os carregamentos são considerados estaticamente aplicados e modela-se apenas o comportamento linear elástico dos componentes.

Posteriormente, procede-se à otimização dimensional dos modelos criados anteriormente, através da elaboração de programas em linguagens MATLAB e APDL (ANSYS) com o objetivo de minimizar o erro de quinagem.

Numa última fase, adaptam-se os programas previamente elaborados para a otimização dimensional de modo a serem feitas otimizações topológicas dos modelos em estudo, nas quais é atribuído ou não material dentro do domínio escolhido. Tem-se para estas otimizações, a situação de problema não constrangido e a de problema constrangido, sendo o constrangimento a fração volúmica de material e a função objetivo o erro de quinagem.

Para os dois tipos de otimização é utilizado o mesmo algoritmo, i.e., o algoritmo genético.

Termos-chave:

Quinagem, otimização dimensional, otimização topológica, elementos finitos, algoritmos genéticos.

Abstract

This dissertation has as objective to apply the structural mechanic knowledge to the analysis and optimization of hydraulic press brakes, evaluating the deformations in its components and to minimize the bending errors through the bending line length so that the angle uniformity of the bended metal sheet can be guaranteed.

At first, a previous study is made in which the resultant deformations of the two typical loads in a bending process are compared, by one-dimensional and bi-dimensional modeling of the upper and lower beams, with the purpose of evaluate Timoshenko's beam theory.

Once concluded this stage, and resorting to the finite elements method, the bi-dimensional models of hydraulic press brakes are built to be studied, having in consideration the boundary conditions that define each model. The structures are then analyzed from the deformations point of view. To simplify the analysis, the loads are considered statically applied and only the linear elastic behavior of the components is modeled.

Afterward, the dimensional optimization of the models previously created is made, by the elaboration of programs in MATLAB and APDL (ANSYS) languages with the objective of minimizing the bending error.

At a last stage, the programs formerly elaborated for the dimensional optimization are adapted so that the topology optimizations of the models in study can be made, in which a material distribution problem is solved inside de chosen domain. In these optimizations are taken into account both situations of non-constrained and constrained problem, being the constraint the material volume fraction and the objective function the bending error.

For both types of optimization the same algorithm is used, i.e., the genetic algorithm.

Key terms:

Bending, dimensional optimization, topology optimization, finite elements, genetic algorithm.

Índice de matérias

Copyright.....	I
Agradecimentos	III
Resumo.....	V
Abstract.....	VII
Índice de matérias	IX
Índice de figuras.....	XIII
Índice de tabelas.....	XIX
Simbologia e notações	XXIII
Capítulo 1.....	1
1.1. Objetivo	2
1.2. Estrutura da dissertação	3
Capítulo 2.....	5
2.1. Processo de quinagem	5
2.2. Erros de precisão de quinagem.....	9
2.3. Tipos de quinadoras e seus componentes principais.....	11
2.4. Algumas soluções para a compensação das deformações.....	13
2.4.1. Avental inferior em <i>sandwich</i>	14
2.4.2. Mesa bombeada	14
2.4.3. Intermediários porta-punções	15
2.4.4. Almofadas hidráulicas	16
Capítulo 3.....	17
3.1. Modelo analítico.....	24
3.1.1. Carregamento 1	25
3.1.2. Carregamento 2.....	27
3.2. Modelação numérica unidimensional dos carregamentos 1 e 2.....	30
3.3. Modelação numérica bidimensional dos carregamentos 1 e 2.....	33
3.4. Resultados	36

3.4.1. Flechas máximas obtidas analiticamente	36
3.4.2. Modelação numérica unidimensional	36
3.4.3. Modelação numérica bidimensional	37
3.5. Comparação e discussão dos resultados	39
Capítulo 4	43
4.1. Avental Superior – AS1	48
4.2. Avental Superior – AS2	51
4.3. Avental Inferior – AI1	53
4.4. Avental inferior – AI2	57
Capítulo 5	61
5.1. Combinação AS1/AI1 com pinos verticais	63
5.2. Combinação AS1/AI1 com pinos horizontais	66
5.3. Combinação AS1/AI2	70
5.4. Combinação AS2/AI1	72
5.5. Combinação AS2/AI2	75
5.6. Discussão dos resultados	78
Capítulo 6	83
6.1. Otimização dimensional das combinações modeladas	87
6.1.1. Formulação do problema	89
6.2. Otimização topológica – Estudos de caso	90
6.2.1. Formulação do problema	92
6.3. Otimização topológica das combinações modeladas	93
6.3.1. Formulação do problema	94
Capítulo 7	97
7.1. Otimização dimensional das combinações modeladas	98
7.1.1. Discussão dos resultados	103
7.2. Otimização topológica – Estudos de caso	109
7.2.1. Discussão dos resultados	111
7.3. Otimização topológica das combinações modeladas	111
7.3.1. Discussão dos resultados	131

Capítulo 8.....	137
Bibliografía.....	143

Índice de figuras

Figura 2.1 – Quinadora, adaptado de [27].....	5
Figura 2.2 - Ensaio de tração de um metal dúctil, adaptado de [30]	6
Figura 2.3 - Esquema do processo de quinagem [6].....	6
Figura 2.4 – Tipos de quinagem, adaptado de [28] : a) Quinagem no ar; b) quinagem em "V"; c) quinagem em "U"; d) quinagem de flange com cunho de arraste; e) quinagem a fundo; f) quinagem rotativa	7
Figura 2.5 - Quinagem no ar.....	8
Figura 2.6 - Quinagem a fundo.....	8
Figura 2.7 - Quinagem em três pontos	9
Figura 2.8 - Recuperação elástica [34]	10
Figura 2.9 - a) Efeito barriga de barco; b) Paralelismo perfeito, adaptado de [35].....	10
Figura 2.10 - Não retilinearidade da linha de dobra, adaptado de [14]	11
Figura 2.11 - Quinadora mecânica [31].....	12
Figura 2.12 - Quinadora hidráulica [32].....	13
Figura 2.13 – a) Componentes do avental inferior em sandwich, adaptado de [13]; b) Aspeto geral de uma quinadora com avental inferior em sandwich [24].....	14
Figura 2.14 - a) Mesa bombeada [32]; b) Pormenor de uma mesa bombeada [23]	15
Figura 2.15 - a) Intermediários porta-punções, adaptado de [37]; b) Afinação do intermediário porta-punções [13].....	15
Figura 2.16 - Mecanismo de almofada hidráulica [37].....	16
Figura 3.1 – Referencial utilizado e dimensões principais: comprimento L , altura h e largura b	18
Figura 3.2 - Stephen P. Timoshenko [40]	20
Figura 3.3 – Distorção dos elementos [39]: a) Viga em perfil; b) ângulo de distorção β constante ao longo da altura h da viga.....	21
Figura 3.4 - Forma parabólica das tensões de corte [14].....	21
Figura 3.5 - Fator k para diferentes geometrias de secção transversal de vigas.....	23
Figura 3.6 - a) Quinadora clássica de aventais simplesmente apoiados nas extremidades; b) Quinadora com avental inferior em <i>sandwich</i> para apoio central [24].....	24
Figura 3.7 - Carregamento 1, adaptado de [38].....	25
Figura 3.8 - Diagrama de corpo livre do carregamento 1	25
Figura 3.9 - Diagrama de corpo livre da porção de viga AD do carregamento 1	26
Figura 3.10 – Carregamento 2, adaptado de [38].....	28
Figura 3.11 - Diagrama de corpo livre do carregamento 2.....	28
Figura 3.12 - Diagrama de corpo livre da porção de viga AD do carregamento 2	29
Figura 3.13 - Elemento <i>BEAM3</i> e respetivos graus de liberdade em cada nó	31
Figura 3.14 – Carregamento 1: a) Vista lateral; b) Perspetiva oblíqua	32
Figura 3.15 - Carregamento 2: a) Vista lateral; b) Perspetiva oblíqua	33

Figura 3.16 - Elemento <i>PLANE82</i> e respetivos graus de liberdade em cada nó	33
Figura 3.17 - Carregamento 1: a) Vista lateral; b) Perspetiva oblíqua	35
Figura 3.18 - Carregamento 2: a) Vista lateral; b) Perspetiva oblíqua	35
Figura 3.19 – Deformadas da modelação 1D: a) Carregamento 1; b) Carregamento 2.....	37
Figura 3.20 - Deformadas da modelação 2D: a) Carregamento 1; b) Carregamento 2.....	38
Figura 3.21 - Carregamento 1, $L_{total}/h = 4$: a) Distribuição das tensões de corte ao longo do comprimento da viga, segundo a linha assinalada a tracejado; b) Gráfico da variação das tensões de corte ao longo da altura da viga.....	40
Figura 3.22 - Carregamento 2, $L_{total}/h = 4$: a) Distribuição das tensões de corte ao longo do comprimento da viga, segundo a linha assinalada a tracejado; b) Gráfico da variação das tensões de corte ao longo da altura da viga.....	41
Figura 4.1 - Geometrias de aventais superior e inferior e parâmetros de projeto, adaptado de [13], em [m]: a) AS1; b) AS2; c) AI1; d) AI2.....	44
Figura 4.2 - Combinações de aventais, adaptado de [13], em [m]: a) AS1/AI1 e AS1/AI1 com pinos verticais; b) AS1/AI2; c) AS2/AI1; d) AS2/AI2	44
Figura 4.3 - Exemplo de comprimento de quinagem a	48
Figura 4.4 - Modelação 1D do AS1 da combinação AS1/AI2: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua..	49
Figura 4.5 - Modelação 2D do AS1 da combinação AS1/AI1: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua..	50
Figura 4.6 – Modelação 2D do AS1 da combinação AS1/AI2: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua..	50
Figura 4.7 – a) AS2 e respetivas dimensões [m]; b) Secção 1 [m]; c) Secção 2 [m]	51
Figura 4.8 - Modelação 1D do AS2 da combinação AS2/AI1: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua..	52
Figura 4.9 - Modelação 2D do AS2 da combinação AS2/AI1 e AS2/AI2: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua.....	53
Figura 4.10 - Modelação 1D do AI1 da combinação AS2/AI1: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua..	54
Figura 4.11 - Modelação 1D do AI1 da combinação AS1/AI1 com pinos verticais: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua.....	55
Figura 4.12 - Modelação 2D do AI1 da combinação AS1/AI1 com pinos verticais: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua.....	56
Figura 4.13 - Modelação 2D do AI1 da combinação AS1/AI1: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua..	56
Figura 4.14 - Modelação 2D do AI1 da combinação AS2/AI1: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua..	57
Figura 4.15 – a) AI2 e respetivas dimensões [m]; b) Secções transversais de AI2 [m].....	57
Figura 4.16 - Modelação 1D do AI2 da combinação AS1/AI2: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua..	59
Figura 4.17 - Modelação 2D do AI2 da combinação AS2/AI2: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua..	60
Figura 5.1 - Curvas da combinação AS1/AI1 com pinos verticais, para $a = 1.6$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D	64
Figura 5.2 - Curvas da combinação AS1/AI1 com pinos verticais, para $a = 1.25$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D	65

Figura 5.3 - Curvas de oscilação da combinação AS1/AI1 com pinos verticais para vários comprimentos de quinagem.....	66
Figura 5.4 - Curvas da combinação AS1/AI1, para $a = 1.6$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D ...	67
Figura 5.5 - Curvas da combinação AS1/AI1, para $a = 1.05$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D ...	68
Figura 5.6 - Curvas da combinação AS1/AI1, para $a = 1.3$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D.....	69
Figura 5.7 - Curvas de oscilação da combinação AS1/AI1 para vários comprimentos de quinagem.....	70
Figura 5.8 - Curvas da combinação AS1/AI2, para $a = 1.6$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D.....	71
Figura 5.9 - Curvas de oscilação da combinação AS1/AI2 para vários comprimentos de quinagem.....	72
Figura 5.10 - Curvas da combinação AS2/AI1, para $a = 1.6$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D ...	73
Figura 5.11 - Curvas da combinação AS2/AI1, para $a = 1.1$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D ...	74
Figura 5.12 - Curvas de oscilação da combinação AS2/AI1 para vários comprimentos de quinagem.....	75
Figura 5.13 - Curvas da combinação AS2/AI2, para $a = 1.6$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D ...	76
Figura 5.14 - Curvas da combinação AS2/AI2, para $a = 1.05$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D ...	77
Figura 5.15 - Curvas de oscilação da combinação AS2/AI2 para vários comprimentos de quinagem.....	78
Figura 5.16 - Comparação entre as curvas das deformadas para a combinação AS1/AI1 com pinos verticais	80
Figura 5.17 - Comparação entre as curvas das deformadas para a combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais.....	80
Figura 5.18 - Comparação entre as curvas de penetração para a combinação AS1/AI1 com pinos verticais	81
Figura 5.19 - Comparação entre as curvas de penetração para a combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais.....	81
Figura 6.1 - Fluxograma do AG [35].....	85
Figura 6.2 - Fluxograma do processo de otimização.....	86
Figura 6.3 - Casos de estudo: a) Arco de ponte; b) Estrutura com carga dupla; c) Viga simplesmente apoiada; d) Viga em consola.....	91
Figura 6.4 - Domínio de projeto, adaptado de [43]	92

Figura 6.5 - Domínios de projeto dos aventais AS1, ASI1 e AI2	94
Figura 7.1 - Combinação AS1/AI1 com os pinos verticais: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	99
Figura 7.2 - Combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	100
Figura 7.3 - Combinação AS1/AI2: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	101
Figura 7.4 - Combinação AS2/AI1: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	102
Figura 7.5 - Combinação AS2/AI2: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	103
Figura 7.6 – Curva de oscilação da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais.....	107
Figura 7.7 - Curva de oscilação da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais	107
Figura 7.8 - Curva de oscilação da combinação AS1/AI2	107
Figura 7.9 - Curva de oscilação da combinação AS2/AI1	108
Figura 7.10 - Curva de oscilação da combinação AS2/AI2	108
Figura 7.11 - Arco de ponte: a) Método dos AG; b) Método SIMP	109
Figura 7.12 - Estrutura com carga dupla: a) Método dos AG; b) Método SIMP	110
Figura 7.13 – Viga simplesmente apoiada: a) Método dos AG; b) Método SIMP	110
Figura 7.14 - Viga em consola: a) Método dos AG; b) Método SIMP	111
Figura 7.15 - AI1 da combinação AS1/AI1 com pinos verticais, em que $V_{AI}^* = 0.5$	112
Figura 7.16 – Combinação AS1/AI1 com pinos verticais, sem constrangimento: a) AS1; b) AI1	114
Figura 7.17 - Combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, sem constrangimento: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	115
Figura 7.18 – Combinação AS1/AI1 com pinos verticais, $V_{AS}^* = 0.8$: a) AS1; b) AI1	116
Figura 7.19 - Combinação AS1/AI1 com pinos verticais, $V_{AS}^* = 0.8$: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações.....	117
Figura 7.20 – Combinação AS1/AI1 com pinos horizontais, sem constrangimentos: a) AS1; b) AI1.....	118
Figura 7.21 - Combinação AS1/AI1 com pinos horizontais, sem constrangimentos: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	119
Figura 7.22 – Combinação AS1/AI1 com pinos horizontais, $V_{AS}^* = 0.8$: a) AS1; b) AI1	119
Figura 7.23 - Combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, $V_{AS}^* = 0.8$: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	120
Figura 7.24 - Combinação AS1/AI2, sem constrangimentos: a) AS1; b) AI2	121

Figura 7.25 - Combinação AS1/AI2, sem constrangimentos: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	122
Figura 7.26 - Combinação AS1/AI2, $VAS^* = 0.8$: a) AS1; b) AI2	123
Figura 7.27 - Combinação AS1/AI2, com $VAS^* = 0.8$: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	124
Figura 7.28 – AI1 da combinação AS2/AI1, sem constrangimento	125
Figura 7.29 - Combinação AS2/AI1, sem constrangimento: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	126
Figura 7.30 - AI1 da combinação AS2/AI1, $VAI^* = 0.6$	126
Figura 7.31 - Combinação AS2/AI1, $VAI^* = 0.6$: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	127
Figura 7.32 – AI2 da combinação AS2/AI2, sem constrangimento	128
Figura 7.33 - Combinação AS2/AI2, sem constrangimento: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	129
Figura 7.34 - AI2 da combinação AS2/AI2, $VAI^* = 0.8$	130
Figura 7.35 - Combinação AS2/AI2, $VAI^* = 0.8$: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações	131
Figura 7.36 – Curva de oscilação da combinação AS1/AI1 com pinos verticais e sem constrangimento	134
Figura 7.37 - Curva de oscilação da combinação AS1/AI1 com pinos verticais e $VAS^* = 0.8$.	134
Figura 7.38 - Curva de oscilação da combinação AS1/AI2, com $VAS^* = 0.8$	135
Figura 7.39 - Curva de oscilação da combinação AS2/AI1, sem constrangimento.....	135
Figura 7.40 - Curva de oscilação da combinação AS2/AI1, com $VAI^* = 0.8$	136
Figura 8.1 - Gráfico de comparação da oscilação resultante da otimização dimensional (2D), os melhores valores encontrados são indicados, e da referência [13].....	138
Figura 8.2 - Gráfico de comparação da oscilação resultante da otimização dimensional (2D), os melhores valores encontrados são indicados, e das análises (2D) das combinações de aventais	139
Figura 8.3 - Gráfico de comparação da oscilação resultante das otimizações dimensional (2D) e topológica (2D) das combinações de aventais.....	140

Índice de tabelas

Tabela 3.1 - Dimensões e constantes dos aventais utilizados pelo <i>software</i> ANSYS	32
Tabela 3.2 - Número de elementos, nós e graus de liberdade	34
Tabela 3.3 - Flechas máximas, calculadas analiticamente	36
Tabela 3.4 - Flechas máximas, obtidas na modelação unidimensional	37
Tabela 3.5 - Flechas máximas, obtidas na modelação bidimensional	38
Tabela 3.6 - Desvios relativos (carregamentos 1 e 2)	39
Tabela 4.1 - Propriedades materiais do aço utilizadas na modelação	45
Tabela 4.2 - Comprimentos de quinagem.....	47
Tabela 4.3 - Parâmetros de projeto e dimensões	48
Tabela 4.4 - Número de elementos, nós e graus de liberdade de AS1.....	49
Tabela 4.5 - Áreas e momentos de inércia das secções transversais de AS2.....	51
Tabela 4.6 - Número de elementos, nós e graus de liberdade de AS2.....	52
Tabela 4.7 - Parâmetros de projeto e outras dimensões.....	54
Tabela 4.8 - Número de elementos, nós e graus de liberdade de AI1	55
Tabela 4.9 - Parâmetros de projeto.....	58
Tabela 4.10 - Áreas e momentos de inércia de acordo com cada combinação	58
Tabela 5.1 - Tabela de valores de oscilação para modelos unidimensionais, analítico e numéricos	62
Tabela 5.2 - Valores dos parâmetros de projeto do documento [13] e dos que resultaram da otimização do modelo numérico 1D	62
Tabela 5.3 - Valores de oscilação da penetração para as combinações modeladas numericamente em 2D	63
Tabela 5.4 - Valores dos parâmetros de projeto utilizados na combinação AS1/AI1 com pinos verticais	63
Tabela 5.5 - Valores dos parâmetros de projeto utilizados na combinação AS1/AI1	66
Tabela 5.6 - Valores dos parâmetros de projeto utilizados na combinação AS1/AI2	70
Tabela 5.7 - Valores dos parâmetros de projeto utilizados na combinação AS2/AI1	72
Tabela 5.8 - Valores dos parâmetros de projeto utilizados na combinação AS2/AI2	75
Tabela 5.9 - Desvios das oscilações obtidas com os modelos numéricos 1D relativamente ao modelo analítico [13]	78
Tabela 5.10 – Oscilações em 1D e 2D e desvios relativos	79
Tabela 6.1 - Intervalos, resoluções e número de genes codificadores com A_c na ordem de grandeza 0.001 m	87
Tabela 6.2 - Intervalos, resoluções e número de genes codificadores, estando os últimos fixos	88
Tabela 6.3 –Novos intervalos, resoluções e número de genes codificadores utilizados	89

Tabela 7.1 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais	98
Tabela 7.2 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais.....	99
Tabela 7.3 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI2.....	100
Tabela 7.4 - Resultados e opções da otimização da combinação AS2/AI1.....	101
Tabela 7.5 - Resultados e opções da otimização da combinação AS2/AI2.....	102
Tabela 7.6 - Melhores opções para a GATool.....	103
Tabela 7.7 - Resultados das otimizações dimensionais.....	104
Tabela 7.8 - Comparação entre as oscilações das análises em 2D e as resultantes da otimização	104
Tabela 7.9 - Parâmetros de projeto [m] utilizados nas análises em 2D e resultantes da otimização dimensional	105
Tabela 7.10 - Comparação entre os valores das oscilações com e sem limitação nos intervalos dos parâmetros de projeto	105
Tabela 7.11 - Comparação entre valores de parâmetros de projeto com e sem limitação nos intervalos	106
Tabela 7.12 - Dimensões de AI1 da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, em que $V_{AI}^* = 0.5$	112
Tabela 7.13 - Resultados e opções da otimização do AI1 da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, com constrangimento $V^* = 0.5$	113
Tabela 7.14 - Combinação de aventais e constrangimentos utilizados na otimização.....	113
Tabela 7.15 - Dimensões dos aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais.....	114
Tabela 7.16 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, sem constrangimento	115
Tabela 7.17 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, com $V_{AS}^* = 0.8$	116
Tabela 7.18 - Dimensões dos aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais	117
Tabela 7.19 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, sem constrangimentos.....	118
Tabela 7.20 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, $V_{AS}^* = 0.8$	120
Tabela 7.21 - Dimensões dos aventais da combinação AS1/AI2.....	121
Tabela 7.22 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI2, sem constrangimentos	122
Tabela 7.23 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI2, com $V_{AS}^* = 0.8$	123
Tabela 7.24 - Dimensões dos aventais da combinação AS2/AI1	124
Tabela 7.25 - Resultados e opções da otimização de AI1 da combinação AS2/AI1, sem constrangimento	125

Tabela 7.26 - Resultados e opções da otimização da combinação AS2/AI1, $VAI^* = 0.6$	127
Tabela 7.27 - Dimensões dos aventais da combinação AS2/AI2.....	128
Tabela 7.28 - Resultados e opções da otimização da combinação AS2/AI2, sem constrangimento	129
Tabela 7.29 - Resultados e opções da otimização da combinação AS2/AI2, $VAI^* = 0.8$	130
Tabela 7.30 – Oscilações resultantes das otimizações topológicas.....	132
Tabela 7.31 – Comparação entre os valores da oscilação das otimizações topológicas e dimensionais das combinações modeladas numericamente em 2D.....	133

Simbologia e notações

Latim

a – Comprimento de quinagem [m]; ponto arbitrário; cromossoma

A – Área da secção transversal da viga [m²]

A_1 – Área do retângulo 1 [m²]

A_2 – Área do retângulo 2 [m²]

b – Largura da viga [m]; número de genes ou bits

e – Extensão

e_e – Extensão limite de elasticidade

e_f – Extensão de fratura

e_i – Elemento i

e_r – Extensão de rotura

E – Módulo de Young ou módulo de elasticidade [Pa]

E_{ijkl} – Tensor de rigidez [N/m]

f – Força volúmica [N]

f_{vol} – Fração volúmica

F – Força [N]

G – Módulo de corte [Pa]

h – Altura [m]

h_a – Altura da alma do avental AI2 [m]

I – Momento de inércia [m⁴]

k – Fator de correção de Timoshenko; número de genes

k' – comprimento do segmento

L – Comprimento [m]

L_{Total} – Comprimento total entre montantes da máquina-ferramenta [m]

M – Momento fletor [N.m]

p – Penetração [m]

q – Carregamento ou carga distribuída [N/m]

$rotz$ – Rotação em torno do eixo z

R – Reação [N]

\mathbf{s} – Conjunto dos parâmetros de projeto $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8$ [m]

s_1, s_2 – Altura e largura do avental superior, respetivamente

$s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8$ – Altura, largura, largura da alma, altura do banzo, largura do banzo e distância do pino ao centro do avental inferior, respetivamente

t – Carregamento exterior distribuído [N/m]

t_r – Forças “reais” [N]

u_1, u_2, u_3 – Deslocamentos nas direções x, y e z, respetivamente [m]

u_i – Extremo inferior da variável x_i

u_r – Deslocamentos provocados pelas forças “reais” [m]

u_v – Deslocamentos virtuais [m]

\mathbf{U} – Vetor de deslocamentos admissíveis [m]

U – Energia de deformação [J]

v_i – Extremo superior da variável x_i ; volume do elemento finito i [m³]

V – Esforço transversal [N]

V_{AS}^* - Fração volúmica do avental superior

V_{AI}^* - Fração volúmica do avental inferior

V_q – Energia potencial do carregamento [J]

V_{tot} – Volume total [m³]

W_{Fext_r} – Trabalho provocado pelas forças exteriores [J]

y – Deslocamento vertical (flecha) [m]; Coordenada vertical do centróide do perfil em “T” [m]

y_1 – Coordenada vertical do centróide do retângulo 1 [m]

y_2 – Coordenada vertical do centróide do retângulo 2 [m]

$y_{1máx}$ – Deslocamento vertical máximo (flecha máxima) do carregamento 1 [m]

$y_{2máx}$ – Deslocamento vertical máximo (flecha máxima) do carregamento 2 [m]

z_i – número inteiro positivo

Grego

β – Ângulo de distorção [rad]

Γ_T – fronteira do domínio onde o esforço é imposto

Γ_U – fronteira do domínio onde o deslocamento é imposto

δ – Constante de translação [m]

ε – Extensão

ε_{kl_v} – Extensão provocada pelos deslocamentos virtuais

ε_{ij_r} – Extensão provocada pelas forças “reais”

$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{xy}$ – Extensão no plano x , nas direções x e y , respetivamente

θ – Ângulo de rotação [rad]

ν – Coeficiente de Poisson

π – Energia potencial total [J]

ρ – Raio de curvatura da superfície neutra [m]

σ – Tensão [Pa]

σ_e – Tensão limite de elasticidade [Pa]

σ_{kl_r} – Tensão provocada pelas forças “reais” [m]

σ_R – Tensão de rotura [Pa]

σ_{xx} – Tensão normal no plano x

τ_{xy} – Tensão de corte no plano x , na direção y , respetivamente [Pa]

ω – Oscilação [m]

ω^0 – Oscilação otimizada [m]

Ω - Domínio de projeto

Acrónimos e siglas

1D – Uma dimensão

2D – Duas dimensões

AG – Algoritmos genéticos

AI – Avental inferior

ANSYS – *Analysis system*

AS – Avental superior

CNC – Controlo numérico computadorizado

DIN - *Deutsches Institut für Normung*

EF – Elementos finitos

GATool – *Genetic Algorithm Tool*

MATLAB – *Matrix laboratory*

MEF – Método dos elementos finitos

SIMP – *Solid Isotropic Material with Penalisation*

Capítulo 1

Introdução

Desde o seu surgimento, e até aos tempos modernos, que o Homem fabrica e utiliza ferramentas e utensílios com diferentes níveis de complexidade para o auxiliar tanto nas tarefas mais básicas como nas mais complexas, assistindo-se a uma evolução progressiva das ferramentas, dos processos de fabrico, dos produtos e, conseqüentemente, do estilo de vida do Homem [1].

Se na Idade da Pedra as ferramentas eram feitas de pedra, osso e madeira, na Idade dos Metais, com a descoberta da metalurgia e da fundição, estas passaram a ser fabricadas, primeiramente, em bronze (Idade do Bronze) e depois em ferro (Idade do Ferro) [2], sendo os metais trabalhados com o auxílio do martelo [3].

É na Idade do Ferro que surge, também, a primeira máquina-ferramenta desenvolvida com o intuito de ajudar o Homem a trabalhar o metal, o torno. Contudo, apenas no século XVIII surge a primeira prensa hidráulica, patenteada pelo inglês Joseph Bramah em 1795 [4], utilizada na cunhagem de moedas.

Com os importantes desenvolvimentos industriais e tecnológicos dos séculos XVIII e XIX e com a introdução da eletricidade e do sistema de controlo numérico no século XX, foi então possível o desenvolvimento de máquinas-ferramentas de elevada produtividade, precisão e automatismo, como é o caso da máquina quinadora hidráulica.

A máquina quinadora hidráulica é uma máquina-ferramenta utilizada no processo de quinagem, que é um método de deformação plástica de chapas de metal, com grande aplicação na

indústria, tanto em trabalho especializado como em sistemas de produção contínua, tais como na indústria aeronáutica, automóvel, de fabrico de outras máquinas-ferramentas e na construção civil [5]. Posto isto, é importante que esta máquina seja a mais competitiva possível, não só a nível de custos e produtividade, mas também a nível de precisão de quinagem.

Da mesma forma que uma máquina quinadora hidráulica deve ser rentabilizada, é necessário que esta execute o trabalho mantendo os parâmetros de qualidade exigidos pelo consumidor e impostos, muitas das vezes, por normas rígidas. Desta forma, é crucial arranjar uma relação de compromisso entre todos estes fatores.

Devido a estes fatores, foram desenvolvidos vários estudos em diversas áreas do processo de quinagem, tais como, o planeamento da sequência de quinagem [6,7], métodos de previsão do efeito de mola [8–10], seleção de ferramentas [11,12] e a minimização da oscilação do ângulo da peça quinada [13,14].

Existem, também, diversas patentes em resultado da evolução quer das máquinas quinadoras hidráulicas quer do processo de quinagem em si, como por exemplo, as patentes [15–26].

Sendo esta dissertação na área da minimização do erro de quinagem (oscilação do ângulo ao longo do comprimento da chapa), a mesma vem no seguimento do estudo analítico [13] e da dissertação [14], que se centraram em modelos de linha neutra unidimensionais. Ambos os estudos servem de suporte crítico e bibliográfico para a presente dissertação, embora esta utilize nas suas modelações elementos finitos de elasticidade plana (bidimensionais).

1.1. Objetivo

O trabalho previamente desenvolvido na área da otimização da precisão de quinagem foi feito com base em modelos 1D.

Nesta dissertação pretende-se modelar em 2D diferentes configurações de máquinas quinadoras hidráulicas utilizando elementos planos, recorrendo-se ao método dos elementos finitos através do *software* ANSYS (*ANalysis SYStem*), e proceder à análise das deformadas dos aventaís e das curvas de penetração e oscilação das mesmas.

Propõe-se também para esta dissertação, a otimização dimensional das estruturas modeladas em 2D, através do método dos algoritmos genéticos (AG), com os objetivos de minimizar a oscilação, encontrar as dimensões ótimas dos componentes e concluir qual ou quais os modelos mais realistas.

Por fim, pretende-se proceder à otimização topológica das mesmas estruturas aplicando o método dos AG, de forma a obter-se a distribuição de material que minimiza a oscilação, e concluir qual a melhor solução e se vai de encontro àquela obtida na otimização dimensional.

1.2. Estrutura da dissertação

A presente dissertação está estruturada em oito capítulos. Neste capítulo, o Capítulo 1, introduz-se o tema da dissertação, referindo alguns aspetos históricos e económicos, explicam-se os seus objetivos e a sua motivação. Para além disso, apresenta-se a estrutura da dissertação, fazendo uma breve descrição de cada capítulo.

No Capítulo 2 explicam-se e definem-se alguns conceitos acerca do processo de quinagem e dos erros de precisão nela envolvidos, apresentam-se os tipos de quinagem existentes, bem como as suas vantagens e desvantagens. São também apresentados modelos de máquinas quinadoras hidráulicas e os seus principais componentes, dando-se maior ênfase aos modelos que servem de objetos de estudo nesta dissertação.

No Capítulo 3 explica-se, resumidamente, a teoria de vigas de Timoshenko e estudam-se os dois principais casos de carregamentos aplicados nas máquinas quinadoras hidráulicas, modelando-se unidimensional e bidimensionalmente os aventais.

No Capítulo 4 procede-se à modelação e análise das máquinas quinadoras hidráulicas em estudo, explicando-se de forma detalhada como estas foram efetuadas.

No Capítulo 5 apresentam-se os resultados relativos às análises desenvolvidas no Capítulo 4, sob os pontos de vista das deformadas dos aventais, das penetrações e das oscilações. Os resultados são apresentados, sobretudo, em gráficos e tabelas.

No Capítulo 6 introduzem-se genericamente os temas da otimização e do método dos AG. Este capítulo diz respeito à otimização das estruturas modeladas no Capítulo 4 e está dividido em três partes. A primeira parte diz respeito à otimização dimensional das máquinas quinadoras hidráulicas modeladas, na qual é apresentado o fluxograma do processo de otimização e é formulado o problema de otimização. A segunda parte refere-se à otimização topológica de estruturas de teste (*benchmark*), testando-se a aplicação dos AG a este tipo de otimização através de quatro casos de estudo e apresentando-se as respetivas formulações dos problemas a otimizar e o fluxograma do processo. A terceira parte diz respeito à otimização topológica dos modelos de quinadoras hidráulicas em estudo e explica a formulação do problema de otimização e o fluxograma do processo.

O Capítulo 7 centra-se nos resultados obtidos nas otimizações referidas no capítulo anterior e na discussão desses mesmos resultados. Mais uma vez, os resultados serão apresentados, em grande parte, sob a forma de tabelas e gráficos.

Finalmente, no Capítulo 8, são apresentadas as conclusões e possíveis desenvolvimentos futuros deste tema.

Capítulo 2

Fundamentos e processo de quinagem e máquinas quinadoras

2.1. Processo de quinagem

A quinagem é um processo de deformação (conformação) plástica de chapa, executado numa máquina-ferramenta designada por quinadora que tipicamente é em forma de “C”. Esta possui um Avental Superior (AS) móvel que segura os punções (cunhos), um Avental Inferior (AI) fixo que suporta a matriz e dois montantes, um de cada lado, como se observa na Figura 2.1.

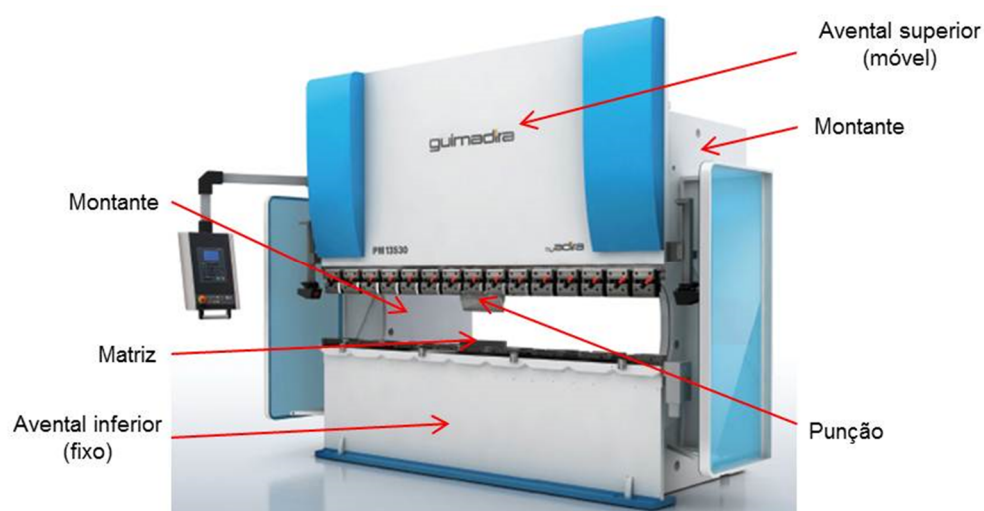


Figura 2.1 – Quinadora, adaptado de [27]

Este processo permite o fabrico de superfícies planificáveis de geometria cilíndrica, cônica ou prismática [28], sem mudanças na massa ou na composição do material [5]. Para isso, o material é deformado com valores de tensão superiores à tensão de cedência e inferiores à tensão de rotura [29], pois, se assim não for, este recupera totalmente a sua forma inicial (de chapa metálica plana) ou existe rotura do material, respetivamente. A Figura 2.2 apresenta um diagrama de ensaio de tração de um metal dúctil onde se observam as regiões de deformação elástica e plástica e as tensões de rotura e de limite de elasticidade.

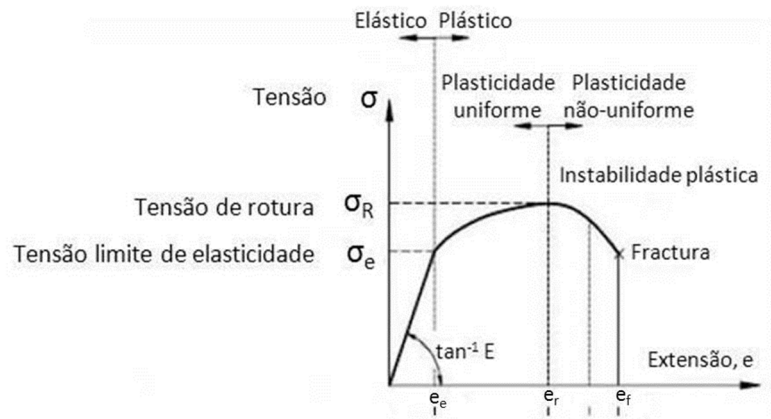


Figura 2.2 - Ensaio de tração de um metal dúctil, adaptado de [30]

Para realizar a operação utiliza-se uma matriz e um cunho, montados numa máquina-ferramenta designada por quinadora. A chapa é colocada sobre a matriz e, uma vez bem ajustada, o cunho executa um movimento descendente, penetrando-a, o que provoca compressão no material do lado interior da chapa (junto ao punção) e tração no do lado exterior, quinando a chapa. A carga aplicada pelo cunho na chapa, para que esta seja quinada, designa-se por força de quinagem. A Figura 2.3 esquematiza o processo de quinagem referido.

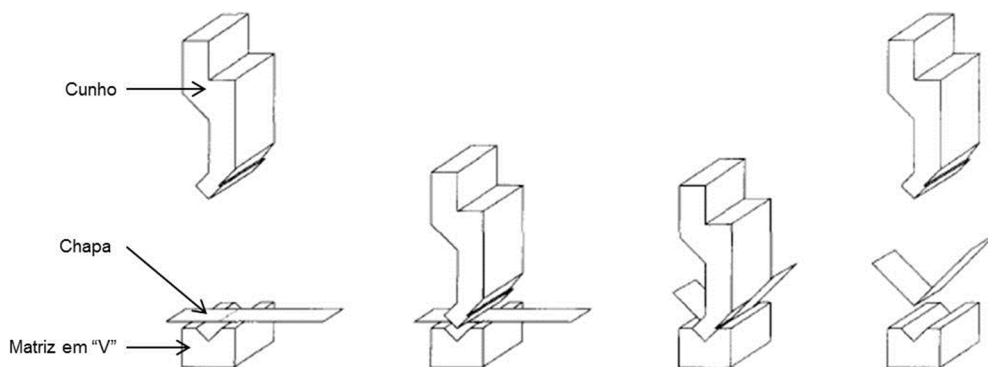


Figura 2.3 - Esquema do processo de quinagem [6]

Existem vários tipos de quinagem, nomeadamente, a quinagem no ar (ou livre), a quinagem em “V”, a quinagem a fundo (ou com “quebra do nervo”), a quinagem em “U”, a quinagem de flange com cunho de arraste e a quinagem rotativa. A Figura 2.4 esquematiza os diferentes tipos de quinagem referidos.

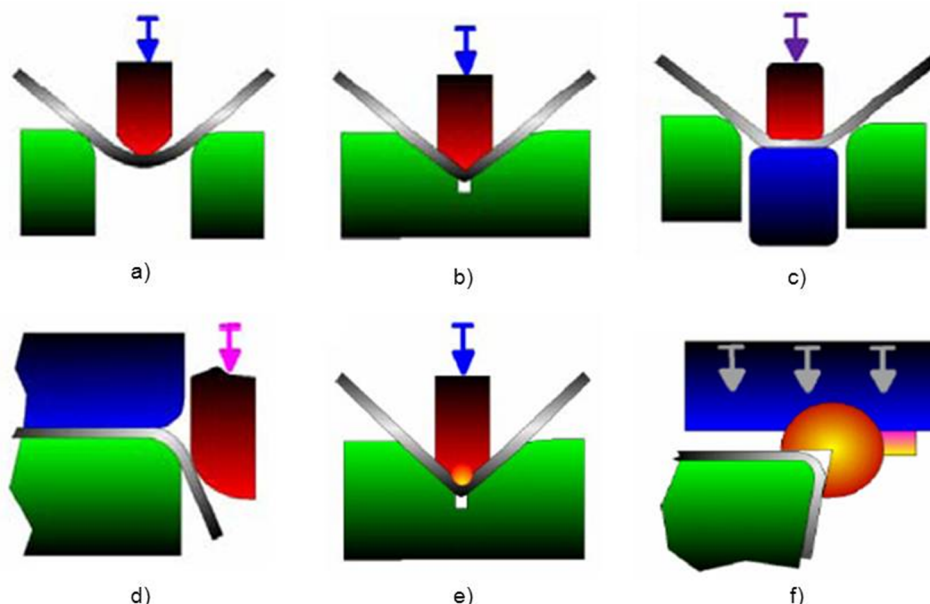


Figura 2.4 – Tipos de quinagem, adaptado de [28] : a) Quinagem no ar; b) quinagem em “V”; c) quinagem em “U”; d) quinagem de flange com cunho de arraste; e) quinagem a fundo; f) quinagem rotativa

Dos tipos de quinagem referidos destacam-se a quinagem no ar e a quinagem a fundo. Na quinagem no ar só se utiliza o efeito de flexão plástica simples, o processo consiste na dobragem duma chapa pela penetração do punção na matriz [31], dando-se o contacto entre a chapa e a matriz da máquina-ferramenta apenas em dois pontos. As principais vantagens deste tipo de quinagem são o facto de requerer menor força, provocando menor desgaste na ferramenta, e de ser mais flexível no que diz respeito à quantidade de ângulos de quinagem que consegue efetuar com o mesmo conjunto punção/matriz, reduzindo os custos de preparação e montagem da ferramenta. A recuperação elástica que o material sofre depois da deformação é a principal desvantagem deste tipo de quinagem, uma vez que altera a geometria final desejada da peça. A Figura 2.5 ilustra o processo de quinagem no ar.

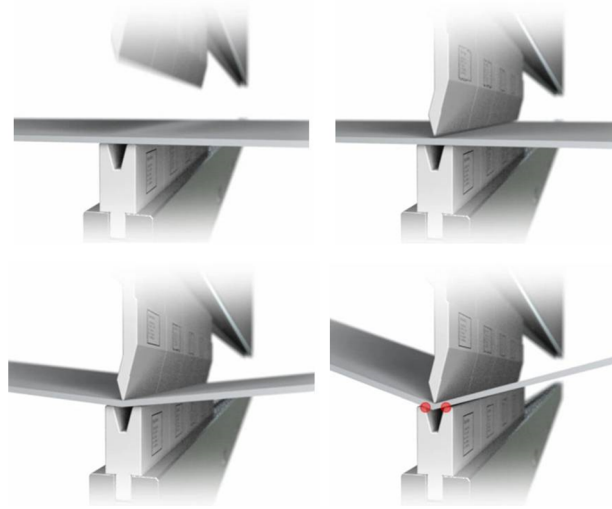


Figura 2.5 - Quinagem no ar

A quinagem a fundo é, geralmente, utilizada em chapas de espessura inferior a 3 mm. Neste tipo de quinagem a chapa é esmagada entre o cunho e a matriz no final da operação e a folga entre estes é inferior à espessura da chapa. As principais valências deste processo são a redução ou mesmo eliminação do fenómeno de recuperação elástica, aumentando a precisão do ângulo de quinagem, a possibilidade de produzir raios de quinagem inferiores à espessura da chapa e a repetibilidade do ângulo de quinagem, ou seja, a capacidade de reproduzir o mesmo ângulo de quinagem em operações sucessivas. Em contrapartida, é necessária maior força de quinagem o que provoca maior desgaste na ferramenta. A Figura 2.6 mostra o processo de quinagem a fundo.

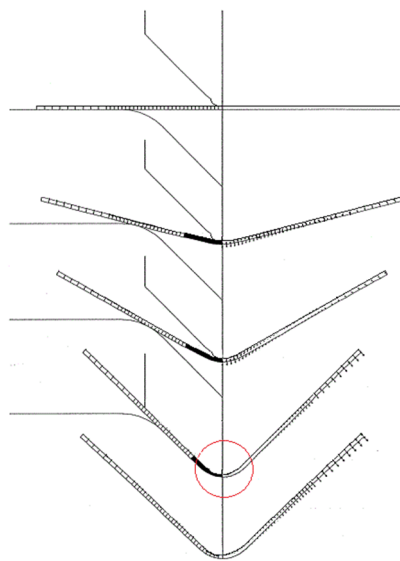


Figura 2.6 - Quinagem a fundo

Existe ainda um outro tipo de quinagem que resulta da combinação dos dois descritos anteriormente, designada por quinagem em três pontos, patenteada pela empresa suíça *Hämmerle Zofingen* [26,32]. Tal como a designação indica, o contacto entre a chapa e a matriz da máquina-ferramenta dá-se em 3 pontos, nos dois vértices interiores da matriz e num batente situado no fundo desta, atuado por servomotores. Este batente promove a quebra do nervo e, portanto, que a recuperação elástica da chapa seja muito menor quando comparada à da quinagem no ar. Contudo, além de ser uma técnica mais dispendiosa devido à elevada tecnologia envolvida nas ferramentas, esta solução ainda é muito recente e, por isso, não existem muitas ferramentas disponíveis. A Figura 2.7 demonstra a quinagem em 3 pontos.

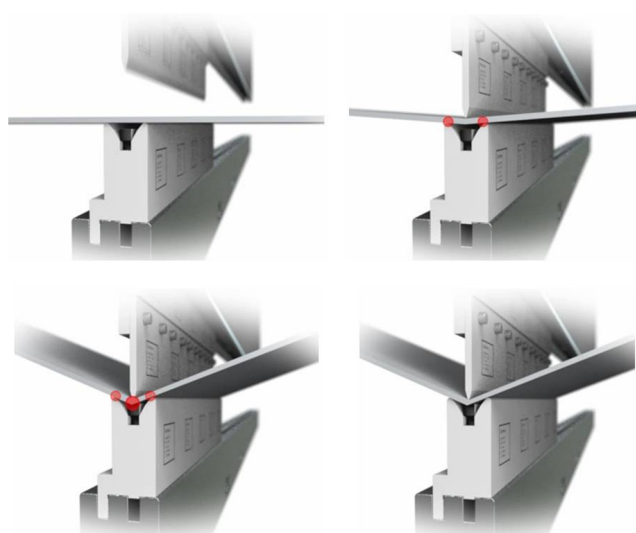


Figura 2.7 - Quinagem em três pontos

2.2. Erros de precisão de quinagem

No âmbito da presente dissertação, os erros de precisão de quinagem mais relevantes são a recuperação elástica da chapa, também designada por efeito de mola, a não uniformidade do ângulo de quinagem ao longo do seu comprimento e a não retilinearidade da linha de dobra.

A recuperação elástica da chapa acontece sempre que a solicitação exterior que originou a flexão é retirada. Assim, tanto o ângulo de dobragem como o raio de curvatura aumentam, modificando-se a geometria da peça [33]. Este fenómeno altera entre dois e cinco graus (para materiais tipicamente usados na indústria) o ângulo de quinagem pretendido, dependendo do material da chapa [12], e o seu controlo é uma das principais dificuldades da quinagem no ar. Porém, existem formas de estimar o ângulo de recuperação elástica, o que torna possível a

sua compensação no planeamento da operação de quinagem. A Figura 2.8 apresenta o fenómeno explicado.

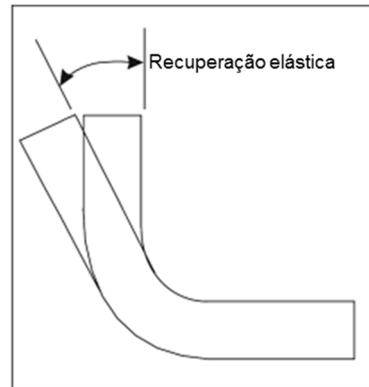


Figura 2.8 - Recuperação elástica [34]

Os outros erros de precisão de quinagem referidos inicialmente são consequência das deformações que ocorrem na estrutura da quinadora, aquando da operação de quinagem, uma vez que a quinadora não é infinitamente rígida. Essas deformações vão causar oscilações da penetração durante o processo, contribuindo então para a não uniformidade do ângulo de quinagem ao longo do comprimento da chapa, a menos que seja garantido o paralelismo entre os aventais da quinadora. Como exemplo da sensibilidade do ângulo de quinagem à penetração tem-se o facto de uma variação de 0.05 mm nesta, causar uma variação de 1° no ângulo de quinagem, para uma chapa com 1 mm de espessura numa matriz de 10 mm [13]. Assim, para combater estas variações no ângulo de quinagem ao longo do comprimento da chapa deve tentar-se garantir uma penetração constante através do paralelismo das deformadas dos aventais, questão na qual incide este trabalho. A Figura 2.9 mostra um exemplo clássico da não uniformidade do ângulo de quinagem, designado por efeito barriga de barco.

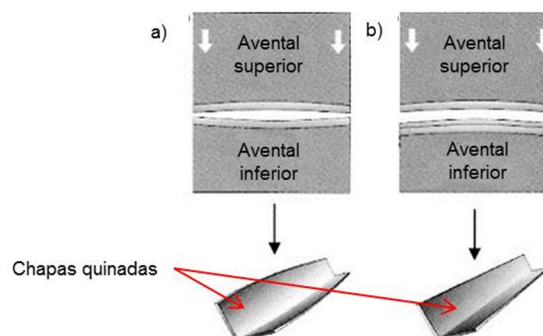


Figura 2.9 - a) Efeito barriga de barco; b) Paralelismo perfeito, adaptado de [35]

Contudo, o paralelismo perfeito entre os aventais da quinadora não é suficiente para garantir que a chapa sai perfeitamente quinada no que diz respeito aos erros de precisão causados pelas deformações estruturais, uma vez que existe o fenómeno da não retilinearidade da linha de dobra, que consiste na curvatura exibida pela linha de dobra da chapa depois de quinada, tal como mostra a Figura 2.10.

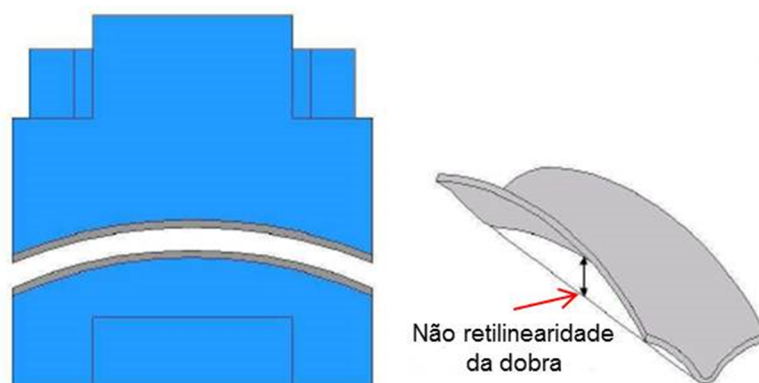


Figura 2.10 - Não retilinearidade da linha de dobra, adaptado de [14]

2.3. Tipos de quinadoras e seus componentes principais

Como foi dito anteriormente, a máquina-ferramenta utilizada no processo de quinagem designa-se por quinadora, podendo esta ser de dois tipos, mecânica ou hidráulica.

Na quinadora mecânica, um motor elétrico fornece energia a um volante de inércia, através de um veio motor. Por sua vez, uma embraiagem, por meio de um sistema de engrenagens, faz a ligação entre o volante de inércia e um sistema biela-manivela que move o avental superior verticalmente [36]. Este tipo de quinadora, que dominou o seu mercado até à década de 50, caiu em desuso devido às melhorias significativas das máquinas quinadoras hidráulicas e ao facto de necessitar de mão-de-obra mais especializada. Para além disso, possui um curso curto e não ajustável. A Figura 2.11 apresenta uma quinadora mecânica e os seus componentes.

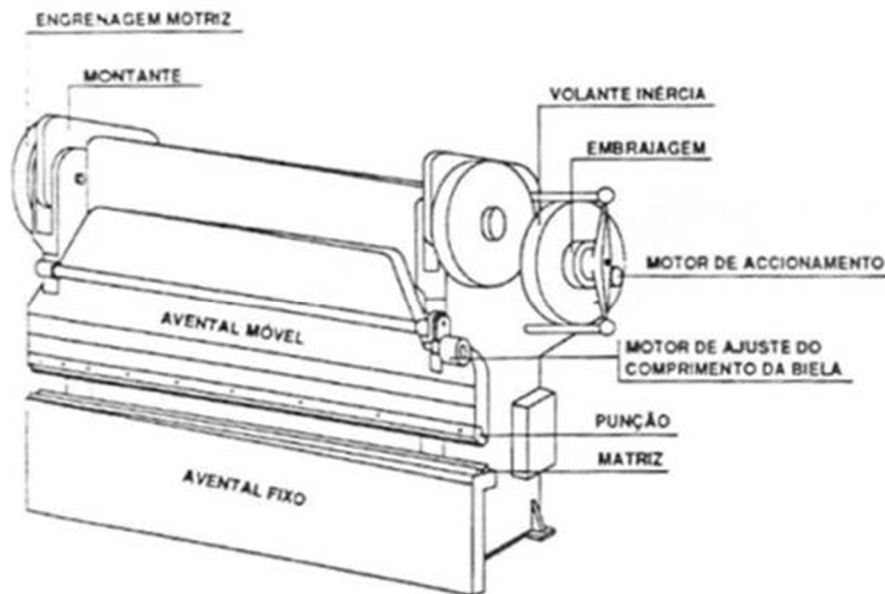


Figura 2.11 - Quinadora mecânica [31]

Nas máquinas quinadoras hidráulicas, o avental móvel é acionado utilizando um, dois ou mais cilindros hidráulicos. O avental móvel pode ser o inferior, designando-se a máquina-ferramenta por quinadora hidráulica de curso ascendente, ou o superior, designando-se por quinadora hidráulica de curso descendente, sendo o último o mais comum e de maior aplicação. Estas têm cursos elevados, sendo o ajuste dos pontos mortos superior e inferior e do ponto de mudança de velocidade bastante simples e o tempo de duração de carga facilmente regulável. Para além disso, os operadores deste tipo de quinadoras não precisam de ser tão especializados.

Com a melhoria significativa dos sistemas hidráulicos e com a introdução dos comandos numéricos computadorizados, as máquinas quinadoras hidráulicas tornaram-se extremamente precisas e flexíveis.

Nos tempos modernos, a utilização de *encoders* lineares conjugados com válvulas hidráulicas proporcionais sob o controlo de evoluídos comandos numéricos garantem bons níveis de sincronismo e de repetibilidade de paragem do órgão móvel [32] e movimentos precisos dos esbarros (peças na máquina-ferramenta que servem de encosto à chapa a dobrar). O comando numérico permite, também, calcular diversos parâmetros de quinagem, tais como, as velocidades do avental móvel, a profundidade de quinagem e a sequência de quinagem.

A evolução das máquinas quinadoras hidráulicas não se deu apenas no sentido de melhorar o processo de quinagem. Foram também introduzidos equipamentos e sistemas de segurança com o objetivo de proteger os operadores destas máquinas-ferramentas, para além das tradicionais guardas de proteção, como por exemplo lasers que detetam a presença de indivíduos na zona de operação da máquina, aquando do funcionamento desta.

A Figura 2.12 apresenta uma máquina quinadora hidráulica e os seus principais componentes.

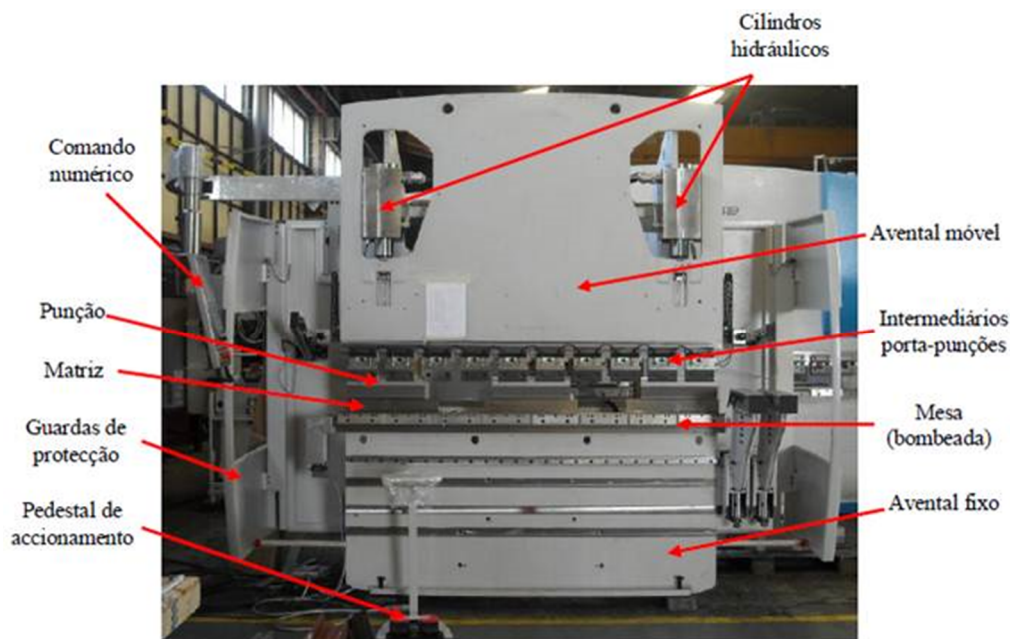


Figura 2.12 - Quinadora hidráulica [32]

2.4. Algumas soluções para a compensação das deformações

Tal como foi mencionado anteriormente, as deformações ocorridas nos aventais das máquinas quinadoras são uma problemática para a precisão do processo de quinagem. Uma vez que essas deformações ocorrem por os aventais não serem infinitamente rígidos, a solução mais óbvia passaria por aumentar os seus momentos de inércia de maneira a que tanto a retilinearidade da linha da dobra como a uniformidade do ângulo de quinagem respeitassem os valores pretendidos. Contudo, essa medida implicaria aumentar também a massa da quinadora e, portanto, a quantidade de material, o que a torna muito dispendiosa e pouco prática no que toca a transporte, preparação das fundações, etc.

Posto isto, o aumento do momento de inércia dos aventais não representa uma verdadeira solução e, por isso, alguns construtores/inventores surgiram com sistemas para compensar as deformações dos aventais. As soluções que mais se destacam são o avental inferior em *sandwich*, a mesa bombeada, os intermediários porta punções e as almofadas hidráulicas.

2.4.1. Avental inferior em *sandwich*

O avental inferior em *sandwich* é um dos métodos usados para manter o paralelismo entre os aventais no comprimento de quinagem e, das soluções referidas nesta dissertação para compensação das deformações, é aquela que será alvo de estudo. Este tipo de avental é constituído por três partes, uma interior e duas exteriores, que são unidas por dois pinos, sendo estes os apoios da matriz. Estes pinos podem estar lado a lado ou colocados verticalmente no centro. A mudança dos apoios para uma posição mais central aumenta a rigidez dessa zona e promove, à primeira vista, uma deformação do avental inferior mais semelhante à do avental superior, facilitando assim o paralelismo. As duas partes exteriores ligam-se à restante estrutura. A Figura 2.13 apresenta este tipo de avental.

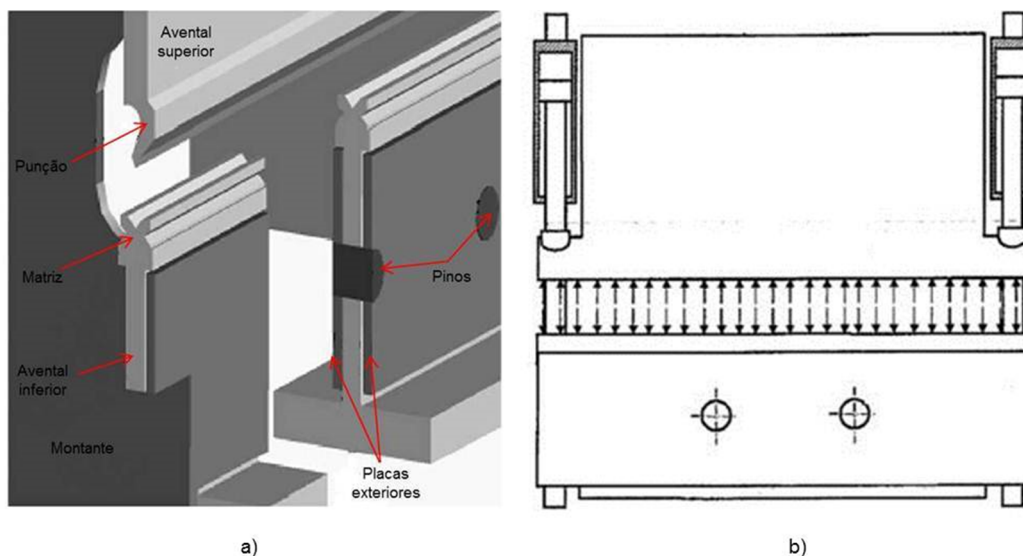


Figura 2.13 – a) Componentes do avental inferior em sandwich, adaptado de [13]; b) Aspeto geral de uma quinadora com avental inferior em sandwich [24]

2.4.2. Mesa bombeada

A mesa bombeada é um dos mecanismos mais comuns de compensação de deformações e assenta no princípio de impor uma contra deformação através de um sistema de cunhas associadas a um fuso, integradas na mesa onde assenta a matriz que, pela ação de um volante associado a um contador ou de um servomotor a um CNC, assumem uma deformação que compensa a deformação relativa entre aventais. No caso de ser usado o servomotor associado ao CNC, este último controla o bombeado necessário à compensação. A Figura 2.14 demonstra este mecanismo.

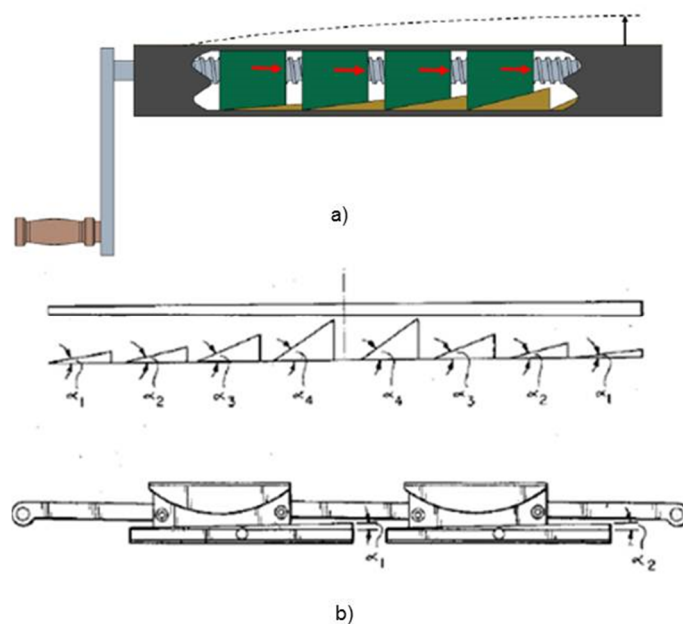


Figura 2.14 - a) Mesa bombeada [32]; b) Pormenor de uma mesa bombeada [23]

2.4.3. Intermediários porta-punções

Os intermediários porta-punções é outro dos mecanismos mais comuns para a compensação das deformações, embora este seja aplicado ao avental superior móvel. Estes mecanismos fixam os punções ao avental superior e possibilitam o ajuste da sua altura ao longo do comprimento da quinadora, possibilitando a imposição da contra deformação necessária para a compensação. A altura dos porta-punções é ajustada a partir de cunhas. A Figura 2.15 demonstra este mecanismo.

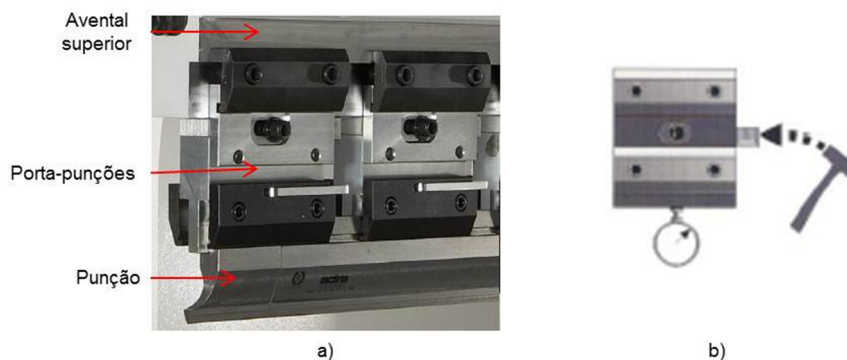


Figura 2.15 - a) Intermediários porta-punções, adaptado de [37]; b) Afinação do intermediário porta-punções [13]

2.4.4. Almofadas hidráulicas

As almofadas hidráulicas são um sistema patenteado pela *Hämmerle* que consiste na introdução de uma almofada hidráulica no interior do avental móvel para que este se adapte e “copie” a deformação sofrida pela matriz, através de uma pressurização automática do mecanismo, tentando garantir dessa forma o paralelismo entre os aventais. A pressurização da almofada hidráulica depende do material e da espessura da chapa a quinar, pois se esta for muito macia o punção penetra-a em demasia, se for muito rija perde-se o efeito pretendido. A Figura 2.16 ilustra este sistema.

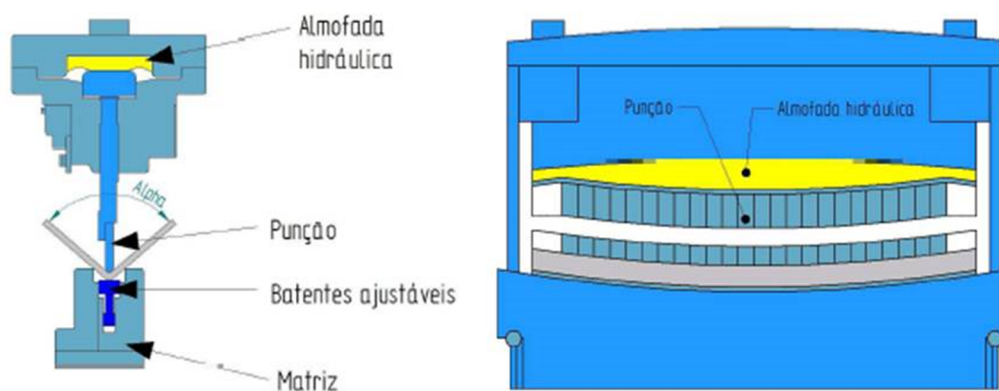


Figura 2.16 - Mecanismo de almofada hidráulica [37]

Capítulo 3

Modelo analítico e numérico

Neste capítulo são determinadas as equações das linhas elásticas, de acordo com a teoria de vigas de Timoshenko, para os dois tipos de carregamentos mais comuns no processo de quinagem. Modelam-se numericamente, também com esses carregamentos, os aventais em uma dimensão (1D ou também chamado de modelo de linha neutra) e em duas dimensões (2D).

Como se constatou no capítulo 2, as máquinas quinadoras hidráulicas podem ter grandes dimensões e a relação entre o comprimento e a altura bastante baixa, o que significa que, para estudar o efeito das deformações nos aventais que as constituem, nomeadamente a deflexão vertical, é necessário recorrer à teoria de vigas de Timoshenko.

Existem duas teorias de análise de flexão de vigas, a de Euler-Bernoulli e a de Timoshenko. Enquanto a teoria de vigas de Euler-Bernoulli despreza o efeito do esforço transversal na deformação de vigas, tendo apenas em conta a deformação causada pelo momento fletor, a de Timoshenko tem os dois tipos de esforços em conta, uma vez que o esforço transversal tem importância na deformação de vigas curtas em que o coeficiente entre o comprimento e a altura, L/h , é menor que dez, como é o caso dos aventais das máquinas quinadoras hidráulicas.

São então deduzidas as expressões que representam essas contribuições para as deformações. Para isso, serve a consulta do documento [38] para a contribuição do momento fletor de acordo com a teoria de vigas de Euler-Bernoulli e a consulta do documento [39] para a contribuição do esforço transversal de acordo com a teoria de vigas de Timoshenko.

Os cálculos e expressões são todos de acordo com o referencial OXY representado na Figura 3.1.

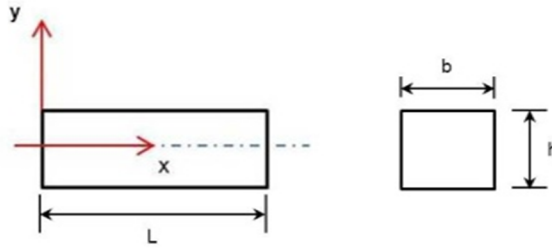


Figura 3.1 – Referencial utilizado e dimensões principais: comprimento L , altura h e largura b

Teoria de vigas de Euler-Bernoulli

A relação entre a curvatura da superfície neutra de uma viga e o momento fletor na mesma é dada por:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI} \quad (3.1)$$

em que M é o momento fletor, E é o módulo de Young ou módulo de elasticidade, I é o momento de inércia e ρ é o raio de curvatura da superfície neutra.

Sabe-se que a curvatura de um plano curvo num ponto (x,y) é expressa por:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (3.2)$$

onde y é o deslocamento vertical.

No caso da curva elástica de uma viga, a primeira derivada da função $y(x)$ é muito pequena e, portanto, o seu quadrado pode ser negligenciado, quando comparado à unidade, fazendo com que a equação (3.2) fique:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (3.3)$$

Substituindo na equação (3.1):

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (3.4)$$

A equação obtida é uma equação diferencial linear de segunda ordem que rege o comportamento da linha elástica.

Multiplicando a equação (3.4) por EI e integrando em x , obtém-se:

$$EI \frac{dy}{dx} = \int_0^x M(x) dx + C_1 \quad (3.5)$$

onde C_1 é uma constante de integração. Designando por $\theta(x)$ o ângulo de rotação, medido em radianos, que a tangente à curva elástica num ponto (x,y) forma com a horizontal e assumindo que este ângulo é muito pequeno, tem-se:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta \approx \theta(x) \quad (3.6)$$

Aplicando a equação (3.6), reescreve-se a equação (3.5):

$$EI\theta(x) = \int_0^x M(x) dx + C_1 \quad (3.7)$$

Integrando-se, novamente, ambos os membros da equação (3.5) obtém-se:

$$EIy = \int_0^x \int_0^x M(x) dx dx + C_1 x + C_2 \quad (3.8)$$

onde C_2 é a segunda constante de integração. As constantes de integração são calculadas através das condições de fronteira, que variam de acordo com a forma como a viga está apoiada.

A equação (3.8) define, para um carregamento genérico, o deslocamento vertical y da viga num dado ponto x do seu comprimento e torna possível a dedução da equação da linha elástica, enquanto a equação (3.7) define o declive da viga nesse mesmo ponto x .

Teoria de vigas de Timoshenko

Stephen Prokofyevich Timoshenko foi um engenheiro mecânico nascido na aldeia de Shpotovka, na Ucrânia, a 23 de Dezembro de 1878 e morreu a 29 de Maio de 1972 [40]. Tinha nacionalidade russa e americana e é considerado o pai da engenharia mecânica moderna. Foi tão influente no seu ramo e as suas publicações tão importantes, que a Sociedade Americana

de Engenheiros Mecânicos estabeleceu uma medalha com o seu nome em sua honra, ficando a época em que viveu conhecida como “Era de Timoshenko”. A Figura 3.2 retrata Stephen Timoshenko.



Figura 3.2 - Stephen P. Timoshenko [40]

De todo o trabalho que desenvolveu, destaca-se nesta dissertação a teoria de vigas de Timoshenko, por ser possível aplicá-la ao estudo dos aventais das máquinas quinadoras hidráulicas.

Como foi dito anteriormente, esta teoria aplica-se a vigas curtas, ou seja, a vigas em que a relação entre o comprimento e a altura seja menor que dez, uma vez que nesta situação as tensões de corte provocadas pelo esforço transversal não podem ser negligenciadas. Desta forma, o declive total dw/dx da linha neutra, originado devido ao esforço transversal e ao momento fletor, pode ser dado como a soma das duas partes, na seguinte forma:

$$\frac{dy}{dx} = \theta(x) + \beta(x) \quad (3.9)$$

onde $\beta(x)$ é a distorção sofrida pelos elementos. Essa distorção, β , é provocada pelo escorregamento dos elementos de uma secção da viga em relação a elementos de outra secção adjacente, devido ao esforço transversal. O ângulo β é, por isso, considerado uma medida do ângulo de corte em todos os pontos da secção transversal da viga na posição x e considera-se constante em todos os pontos dessa mesma secção. A Figura 3.3 ilustra o efeito da distorção dos elementos materiais.

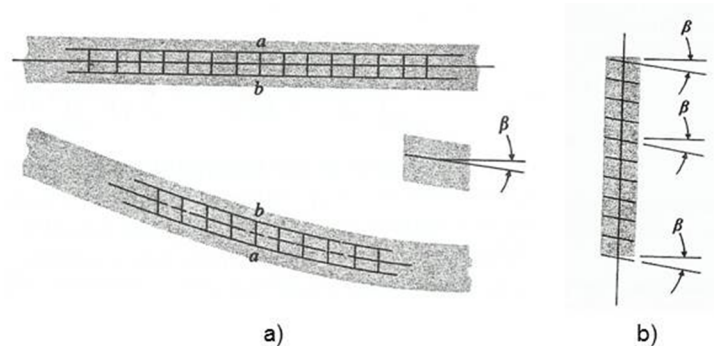


Figura 3.3 – Distorção dos elementos [39]: a) Viga em perfil; b) ângulo de distorção β constante ao longo da altura h da viga

Contudo, a hipótese de β constante ao longo da altura h e, portanto, de tensões de corte constantes, não está correta, uma vez que, estas variam ao longo da altura de uma dada secção. A distribuição das tensões de corte tem, na realidade, a forma de uma parábola, sendo nula nas fibras extremas. No entanto, esta hipótese facilita bastante a computação e, o erro que dela incorre, é tido em conta mais adiante. A Figura 3.4 demonstra a forma parabólica das tensões de corte.

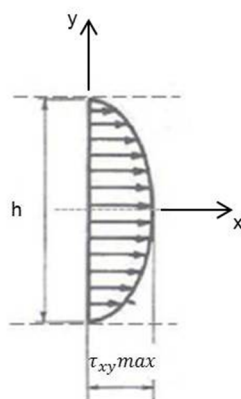


Figura 3.4 - Forma parabólica das tensões de corte [14]

Aplicando a equação (3.9), pode dizer-se que os deslocamentos são:

$$\begin{aligned} u_1(x, y, z) &= -y\theta(x) = -y \left[\frac{dy}{dx} - \beta(x) \right] \\ u_2(x, y, z) &= y(x) \\ u_3(x, y, z) &= 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Pelas relações extensão-deslocamento tem-se:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= -y \frac{d\theta}{dx} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \beta(x) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Usando a aproximação $\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}$ e a equação (3.11), para uma viga de comprimento L , largura b e altura h , sujeita a uma carga distribuída $q(x)$, o momento fletor e o esforço transversal são, respetivamente:

$$\begin{aligned} M &= - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} y b \, dy = EI \frac{d\theta}{dx} \\ V &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} b \, dy = \tau_{xz} \int_{-h/2}^{h/2} b \, dy = \tau_{xy} A = GA\beta \end{aligned} \quad (3.12)$$

em que A corresponde à área da secção transversal da viga e G é o módulo de corte dado por $G = E/[2(1 + \nu)]$, onde ν é o coeficiente de Poisson.

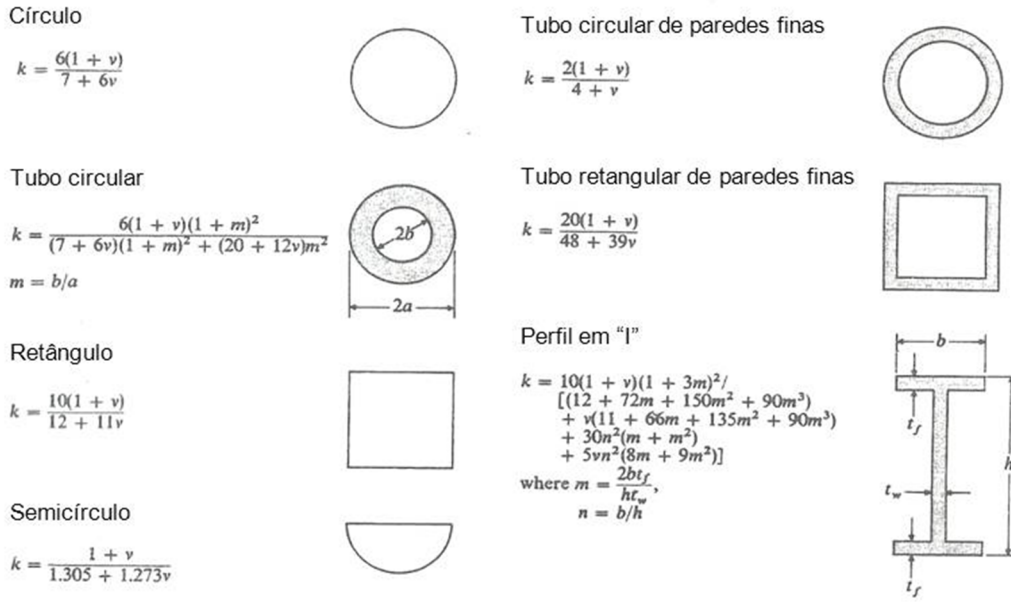
A hipótese de que as tensões de corte se mantêm constantes ao longo da altura da secção da viga, obriga à introdução de um fator, k , de correção, denominado por fator de correção de Timoshenko. Posto isto:

$$\tau_{xy} = k \frac{V}{A} = kG\beta(x) \quad (3.13)$$

O que implica que:

$$V(x) = kGA\beta(x) \quad (3.14)$$

O fator k depende da secção transversal da viga e é função do coeficiente de Poisson, ν . A Figura 3.5 demonstra um estudo feito por G. R. Cowper, em que o fator k é determinado para diversos perfis de viga.


 Figura 3.5 - Fator k para diferentes geometrias de seção transversal de vigas

Na ausência da distorção causada pelo esforço transversal tem-se, para a energia de deformação para comportamento linear elástico, U :

$$U = \frac{1}{2} b \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} dy dx$$

Pode deduzir-se por analogia que na presença da distorção causada pelo esforço transversal tem-se:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} dy b dx + \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} \varepsilon_{xy} dy b dx \quad (3.15)$$

A energia potencial do carregamento $q(x)$ é dada por:

$$V_q = - \int_0^L q(x) y(x) dx \quad (3.16)$$

Escreve-se, através das equações (3.15) e (3.16), a energia potencial total, π , para o campo de deformações assumido para uma viga curta:

$$\pi = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} dy b dx + \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} \varepsilon_{xy} dy b dx - \int_0^L qy dx \quad (3.17)$$

Usando $\tau_{xy} = kG\beta$, $\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}$ e a equação (3.16) chega-se a:

$$\pi = \int_0^L \left[\frac{EI}{2} \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 + \frac{kGA}{2} \left(\frac{dy}{dx} - \theta \right)^2 - qy \right] dx \quad (3.18)$$

Como se ficou com duas funções, θ e y , deduzem-se as equações de Euler-Lagrange para este caso, ficando-se com:

$$EI \left[\frac{d^2\theta}{dx^2} \right] + kGA \left(\frac{dy}{dx} - \theta \right) = 0 \quad (3.19)$$

e:

$$kGA \left(\frac{d\theta}{dx} - \frac{d^2y}{dx^2} \right) = q \quad (3.20)$$

As equações (3.19) e (3.20) permitem deduzir as equações das linhas elásticas para qualquer carregamento e condições de fronteira, segundo a teoria de vigas de Timoshenko.

3.1. Modelo analítico

No processo de quinagem, os aventais das máquinas quinadoras hidráulicas podem estar apoiados, tipicamente, de duas formas distintas, simplesmente apoiados ou em *sandwich*. Enquanto no avental superior a forma mais utilizada corresponde à primeira situação, no avental inferior é vulgar encontrar-se as duas situações, pois, tal como foi explicado no subcapítulo 2.4., o avental inferior em forma de *sandwich* corresponde a uma solução para a compensação das deformações do mesmo. A Figura 3.6 ilustra estas duas hipóteses de aventais.

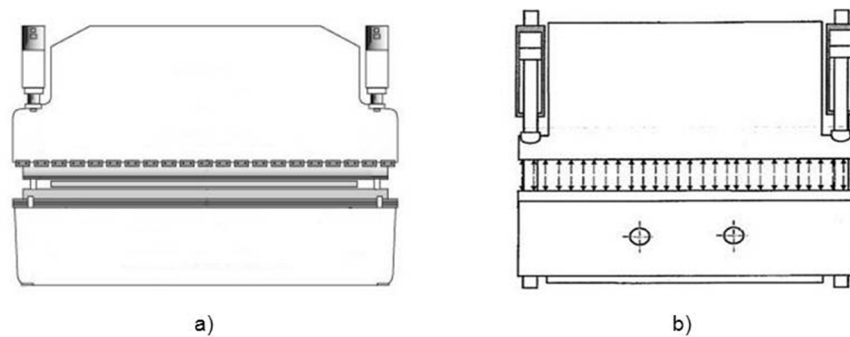


Figura 3.6 - a) Quinadora clássica de aventais simplesmente apoiados nas extremidades; b) Quinadora com avental inferior em *sandwich* para apoio central [24]

Para analisar estas duas hipóteses de carregamento, deduzem-se as respectivas equações das linhas elásticas de acordo com a teoria de vigas de Timoshenko implícita na equação (3.19).

3.1.1. Carregamento 1

O carregamento 1 corresponde ao avental simplesmente apoiado, sujeito a uma carga uniformemente distribuída ao longo de todo o seu comprimento e pode ser representado por uma viga. A Figura 3.7 ilustra o carregamento 1.

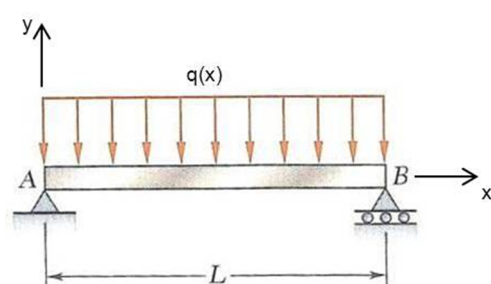


Figura 3.7 - Carregamento 1, adaptado de [38]

Antes de passar à dedução da equação da linha elástica devida ao momento fletor, é necessário calcular as reações nos apoios da viga. A Figura 3.8 corresponde ao diagrama de corpo livre do carregamento 1, utilizando a simplificação de carga concentrada equivalente, qL .

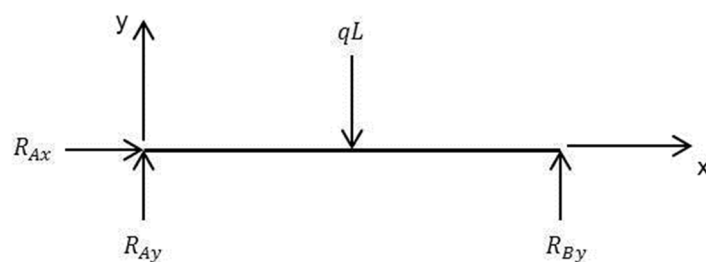


Figura 3.8 - Diagrama de corpo livre do carregamento 1

As reações nos apoios são:

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \oplus \sum F_x &= 0 \Leftrightarrow R_{Ax} = 0 \\
 \uparrow \oplus \sum F_y &= 0 \Leftrightarrow R_{Ay} + R_{By} - qL = 0 \Leftrightarrow R_{Ay} = \frac{1}{2}qL \\
 \curvearrowright \oplus \sum M^A &= 0 \Leftrightarrow -qL \times \frac{L}{2} + R_{By} \times L = 0 \Leftrightarrow R_{By} = \frac{1}{2}qL
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Com as reações calculadas pode-se proceder à determinação da expressão que reflete a contribuição do momento fletor para a deformação da viga.

Seccionando uma porção AD da viga e desenhando o respetivo diagrama de corpo livre, descobre-se o momento fletor aplicado na viga. A Figura 3.9 corresponde ao diagrama de corpo livre da porção de viga AD.

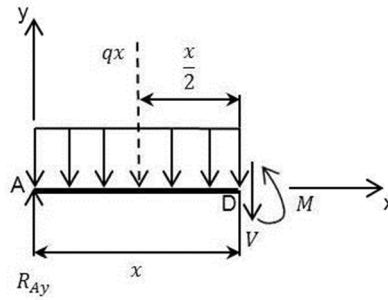


Figura 3.9 - Diagrama de corpo livre da porção de viga AD do carregamento 1

Recorrendo ao somatório dos momentos em torno de D, o momento fletor fica:

$$\curvearrowright \oplus \sum M^D = 0 \Leftrightarrow -R_{Ay}x + qx \frac{x}{2} + M = 0 \Leftrightarrow M = \frac{1}{2}qLx - \frac{1}{2}qx^2 \tag{3.22}$$

Substituindo na equação (3.8), o momento fletor, M, pela expressão (3.22) e resolvendo os integrais, obtém-se:

$$EIy = -\frac{1}{24}qx^4 + \frac{1}{12}qLx^3 + C_1x + C_2 \tag{3.23}$$

Utilizando-se as condições de fronteira na equação (3.23), encontram-se as constantes de integração C_1 e C_2 :

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow C_2 = 0$$

$$\begin{cases} x = L \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow C_1 = -\frac{1}{24}qL^3$$
(3.24)

Introduzindo os valores de C_1 e C_2 na equação (3.23) e dividindo-se ambos os membros pelo produto EI , chega-se à equação da deformada da linha neutra:

$$y = \frac{q}{24EI}(-x^4 + 2Lx^3 - L^3x)$$
(3.25)

Mas, como a teoria de vigas de Timoshenko enuncia que, para vigas curtas, o esforço transversal não pode ser desprezado, é necessário ter em conta essa contribuição.

Como $\frac{dy}{dx} \approx \theta(x)$, deriva-se a equação (3.25), obtendo-se:

$$\theta(x) = \frac{q}{24EI}(-4x^3 + 6Lx^2 - L^3)$$
(3.26)

Substituindo-se na equação (3.19) a equação (3.26) e resolvendo-se as derivadas obtém-se:

$$\frac{q}{24}(-24x + 12L) + kGA\left(\frac{dy}{dx} - \frac{q}{24EI}(-4x^3 + 6Lx^2 - L^3)\right) = 0$$

Isolando $\frac{dy}{dx}$, fazendo a primitiva de ambos os membros da equação e utilizando as condições de fronteira $x = 0$ e $y = 0$, obtém-se:

$$y = \frac{q}{24EI}(-x^4 + 2Lx^3 - L^3x) + \frac{q}{2kAG}(x^2 - Lx)$$
(3.27)

A equação (3.27) é, de acordo com a teoria de vigas de Timoshenko, a equação da linha elástica da viga para o carregamento 1.

3.1.2. Carregamento 2

O carregamento 2 coincide com o avental em forma de *sandwich*, sujeito a uma carga uniformemente distribuída ao longo do seu comprimento. Tendo em conta que a máquina quinadora hidráulica é simétrica segundo o seu eixo vertical, podem realizar-se os cálculos de apenas um dos lados, neste caso o direito. O avental pode assim ser representado por uma viga encastrada, tal como mostra a Figura 3.10.

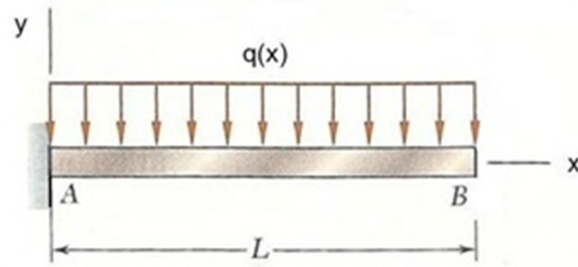


Figura 3.10 – Carregamento 2, adaptado de [38]

Seguindo o procedimento usado para o carregamento 1 calculam-se as reações. A Figura 3.11 corresponde ao diagrama de corpo livre do carregamento 2.

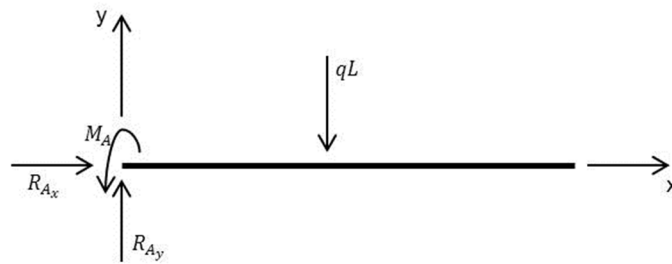


Figura 3.11 - Diagrama de corpo livre do carregamento 2

As reações nos apoios são:

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \oplus \sum F_x &= 0 \Leftrightarrow R_{Ax} = 0 \\
 \uparrow \oplus \sum F_y &= 0 \Leftrightarrow R_{Ay} - qL = 0 \Leftrightarrow R_{Ay} = qL \\
 \curvearrowright \oplus \sum M^A &= 0 \Leftrightarrow -qL \times \frac{L}{2} + M_A = 0 \Leftrightarrow M_A = \frac{1}{2}qL^2
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

A Figura 3.12 corresponde ao diagrama de corpo livre de uma porção de viga DB.

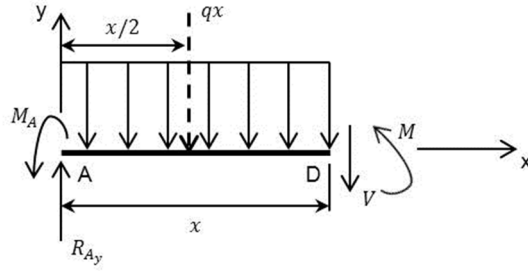


Figura 3.12 - Diagrama de corpo livre da porção de viga AD do carregamento 2

O momento fletor em torno de D fica:

$$\sum M^D = 0 \Leftrightarrow -R_{Ay}x + M_A + qx\frac{x}{2} + M = 0 \Leftrightarrow M = -\frac{1}{2}qx^2 + qLx - \frac{1}{2}qL^2 \quad (3.29)$$

Substituindo nas equações (3.7) e (3.8), o momento fletor, M , pela expressão (3.29) e resolvendo os integrais, obtém-se:

$$EI\theta = -\frac{1}{6}qx^3 + \frac{1}{2}qLx^2 - \frac{1}{2}qL^2x + C_1 \quad (3.30)$$

e:

$$EIy = -\frac{1}{24}qx^4 + \frac{1}{6}qLx^3 - \frac{1}{4}qL^2x^2 + C_1x + C_2 \quad (3.31)$$

Utilizando-se as condições de fronteira nas equações (3.30) e (3.31), encontram-se as constantes de integração C_1 e C_2 :

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = L \\ \theta = 0 \end{cases} &\rightarrow C_1 = 0 \\ \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} &\rightarrow C_2 = 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Transportando-se os valores de C_1 e C_2 para a equação (3.31) e dividindo-se ambos os membros pelo produto EI , chega-se à equação que traduz a contribuição do momento fletor para o carregamento 2.

$$y = \frac{q}{24EI}(-x^4 + 4Lx^3 - 6L^2x^2) \quad (3.33)$$

Tendo agora em conta a contribuição do esforço transversal, substitui-se na equação (3.19) a equação (3.33) e resolvem-se as derivadas:

$$-qx + qL + kGA \left(\frac{dy}{dx} - \frac{1}{EI} \left(-\frac{1}{6}qx^3 + \frac{1}{2}qLx^2 - \frac{1}{2}qL^2x \right) \right) = 0$$

Isolando $\frac{dy}{dx}$, fazendo a primitiva de ambos os membros da equação e utilizando as condições de fronteira $x = 0$ e $y = 0$, obtém-se:

$$y = \frac{q}{24EI} (-x^4 + 4Lx^3 - 6L^2x^2) + \frac{q}{2kAG} (x^2 - 2Lx) \quad (3.34)$$

A equação (3.34) é, de acordo com a teoria de vigas de Timoshenko, a equação da linha elástica da viga para o carregamento 2.

3.2. Modelação numérica unidimensional dos carregamentos 1 e 2

Para analisar numericamente os dois tipos de carregamento mais comuns a que a quinadora hidráulica está sujeita, é necessário proceder-se à modelação computacional dos mesmos, utilizando-se para isso o Método dos Elementos Finitos (MEF).

O MEF é um método numérico poderoso pelas capacidades que oferece de resolver problemas concretos de engenharia envolvendo geometrias, comportamentos físicos ou condições de fronteira complexas. O domínio do problema é decomposto em vários subdomínios e em cada um desses subdomínios a equação diferencial que rege o fenómeno físico é aproximada usando um método variacional [35].

Ambos os modelos foram construídos utilizando as propriedades do material aço e utilizando o elemento *BEAM3* do código comercial de EF ANSYS, pois este permite analisar tração, compressão e flexão. É composto por dois nós, tendo cada um deles três graus de liberdade: deslocamento segundo x e segundo y e rotação em torno do eixo z (rotz) [41], tal como apresenta a Figura 3.13.

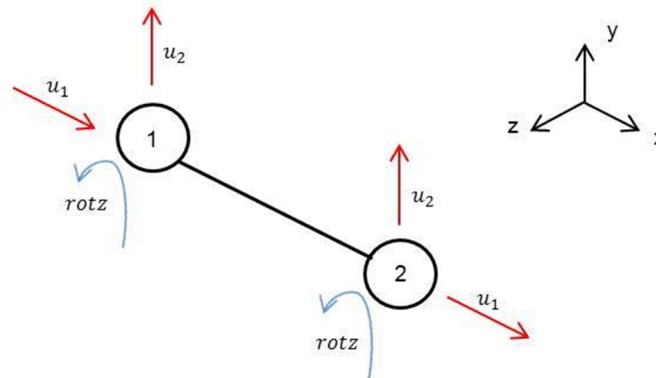


Figura 3.13 - Elemento *BEAM3* e respetivos graus de liberdade em cada nó

Como foi referido anteriormente, parte-se do pressuposto que a máquina quinadora hidráulica é simétrica em relação ao seu eixo vertical e, por isso, aquando da modelação dos aventais, optou-se por modelar apenas metade dos mesmos para cada situação de carregamento, respeitando as condições de simetria quer a nível dos apoios, quer a nível da carga.

As modelações dos aventais foram feitas para diversas relações entre o comprimento e a altura, ou seja, variou-se a altura para a obtenção de diferentes relações L/h .

Como a secção transversal do avental é retangular a área corresponde a:

$$A = h \times b \quad (3.35)$$

E o seu momento de inércia é:

$$I = \frac{h^3 \times b}{12} \quad (3.36)$$

O fator de correção de Timoshenko, k , foi calculado através da Figura 3.5, usando a fórmula para a secção transversal de viga retangular. É de salientar que, no *software* ANSYS, é o inverso desta constante que é pedido, ou seja, deve introduzir-se $1/k$.

A Tabela 3.1 apresenta as constantes utilizadas pelo *software* ANSYS na modelação dos aventais e no cálculo de A e de I .

Tabela 3.1 - Dimensões e constantes dos aventais utilizados pelo *software* ANSYS

L [m]	h [m]	b [m]	A [m]	I [m ⁴]	ν	k	E [Pa]	q [N/m]
1.600	1.60000	0.070	1.120E-01	2.3893E-02	0.3	1/0.85	200E9	180000
1.600	0.80000	0.070	5.600E-02	2.9867E-03	0.3	1/0.85	200E9	180000
1.600	0.53333	0.070	3.733E-02	8.8494E-04	0.3	1/0.85	200E9	180000
1.600	0.40000	0.070	2.800E-02	3.7333E-04	0.3	1/0.85	200E9	180000
1.600	0.32000	0.070	2.240E-02	1.9115E-04	0.3	1/0.85	200E9	180000
1.600	0.26667	0.070	1.867E-02	1.1062E-04	0.3	1/0.85	200E9	180000
1.600	0.22857	0.070	1.600E-02	6.9660E-05	0.3	1/0.85	200E9	180000
1.600	0.20000	0.070	1.400E-02	4.6667E-05	0.3	1/0.85	200E9	180000

Tanto o modelo do carregamento 1 como o modelo do carregamento 2 possuem 25 elementos, 26 nós e 75 graus de liberdade.

A Figura 3.14 ilustra o carregamento 1, modelado no ANSYS, com deslocamento vertical $u_1 = 0$, no primeiro nó, e deslocamento horizontal e rotação $u_2 = 0$ e $u_3 = 0$, no último nó.

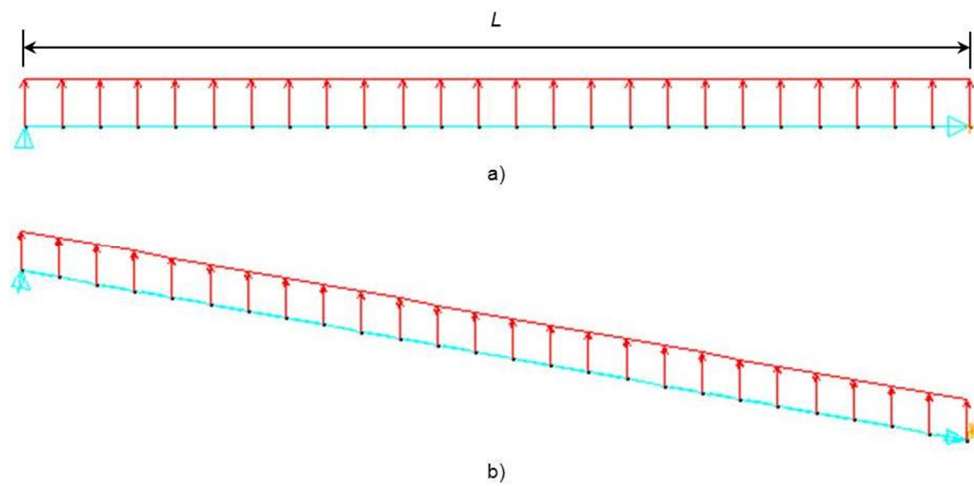


Figura 3.14 – Carregamento 1: a) Vista lateral; b) Perspetiva oblíqua

A Figura 3.15 corresponde ao carregamento 2, modelado no ANSYS, com deslocamento vertical $u_2 = 0$, deslocamento horizontal $u_1 = 0$ e rotação $u_3 = 0$, no último nó.

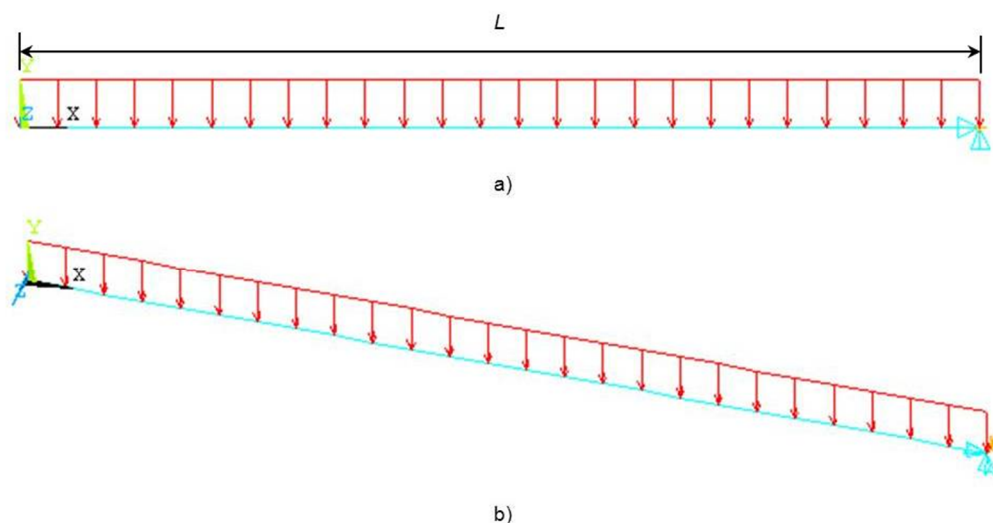


Figura 3.15 - Carregamento 2: a) Vista lateral; b) Perspetiva oblíqua

3.3. Modelação numérica bidimensional dos carregamentos 1 e 2

Na modelação bidimensional utilizou-se o elemento *PLANE82*, uma vez que este, devido ao facto de ter um nó intermédio em cada aresta (interpolação quadrática), oferece melhores resultados do que a alternativa, o *PLANE42*. O elemento *PLANE82* é constituído por oito nós, tendo cada um deles dois graus de liberdade, translações segundo x e y . Além disso, este elemento suporta grandes deformações e permite analisar a plasticidade. A Figura 3.16 apresenta o elemento *PLANE82*.

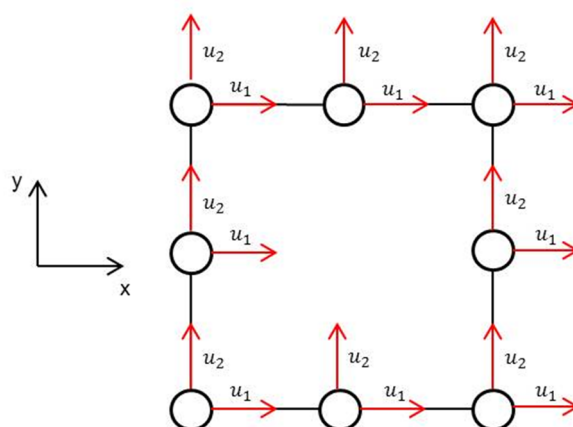


Figura 3.16 - Elemento *PLANE82* e respetivos graus de liberdade em cada nó

O pressuposto da simetria da máquina quinadora hidráulica em relação ao eixo vertical mantém-se nesta modelação, assim como a modelação para várias relações de L/h .

É de salientar que não é necessária a introdução do fator $1/k$ na modelação bidimensional, uma vez que o ANSYS calcula as tensões de corte τ_{xy} em cada elemento ao longo da altura da secção transversal do avental, ao contrário daquilo que acontece na modelação unidimensional.

Deve ser também referido que o valor da carga, $q(x)$, inserido no ANSYS é equivalente ao da modelação unidimensional, mas não é igual, ou seja, não é 180000 N/m. Para que seja equivalente é necessário dividi-lo pelo valor da largura, b :

$$q(x) = \frac{180000}{b} = \frac{180000}{0.07} = 2571E3 \text{ N/m}^2 \quad (3.37)$$

As restantes dimensões e constantes utilizadas nesta modelação são as mesmas da Tabela 3.1, uma vez tratar-se do mesmo material e do mesmo perfil de viga.

O número de elementos, nós e graus de liberdade é o mesmo para os dois carregamentos e variam com a relação L/h , como indica a Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Número de elementos, nós e graus de liberdade

L/h	Elementos	Nós	Graus de liberdade
1	650	2053	4052
2	350	1129	2228
3	250	821	1620
4	200	667	1316
5	150	513	1012
6	150	513	1012
7	100	359	708
8	100	359	708

A Figura 3.17 ilustra o carregamento 1, modelado no ANSYS, com deslocamento horizontal ao longo da linha de simetria $u_1 = 0$ e deslocamento vertical no primeiro nó da linha neutra $u_2 = 0$.

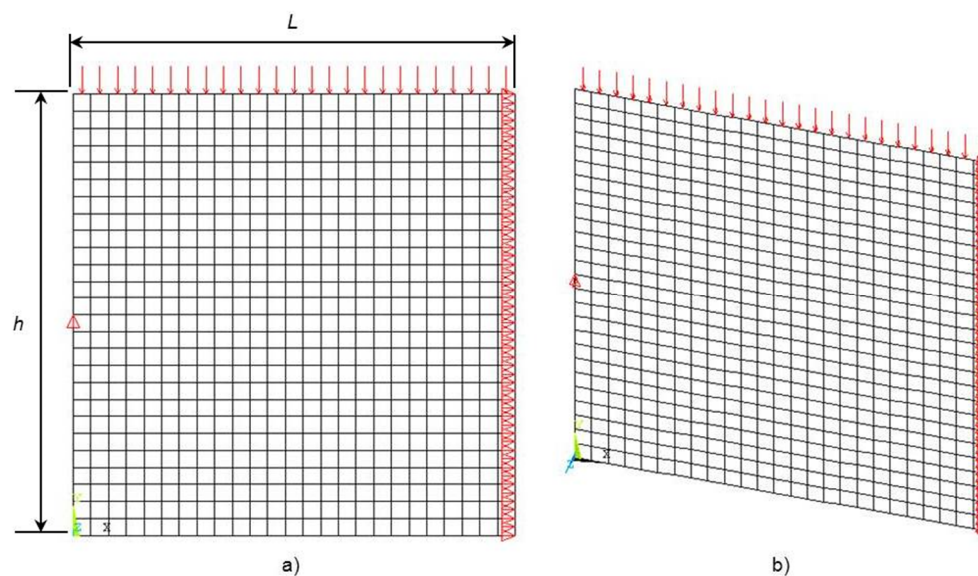


Figura 3.17 - Carregamento 1: a) Vista lateral; b) Perspetiva oblíqua

A Figura 3.18 ilustra o carregamento 2, modelado no ANSYS para $L/h = 1$, com deslocamento horizontal ao longo da linha de simetria $u_1 = 0$ e deslocamento vertical no último nó da linha neutra $u_2 = 0$.

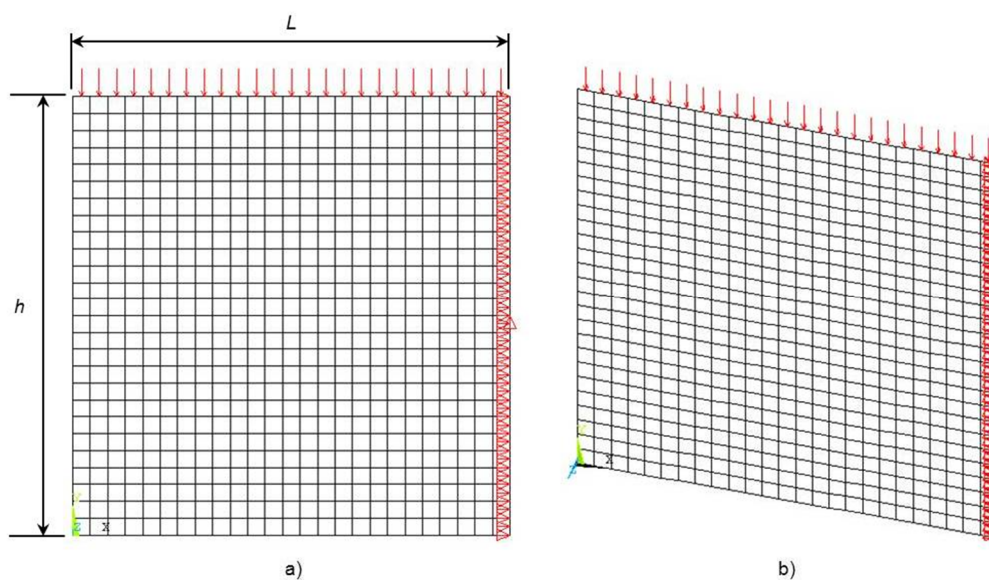


Figura 3.18 - Carregamento 2: a) Vista lateral; b) Perspetiva oblíqua

3.4. Resultados

Os resultados apresentados neste subcapítulo foram obtidos a partir das equações (3.27) e (3.34), para os carregamentos 1 e 2, respetivamente, e de análises estáticas lineares no *software* ANSYS, tanto nas modelações 1D como nas 2D, apresentadas anteriormente.

3.4.1. Flechas máximas obtidas analiticamente

O cálculo das flechas máximas, $y_{1\text{máx}}$ e $y_{2\text{máx}}$, para os carregamentos 1 e 2, respetivamente, foi feito de acordo com os valores da Tabela 3.1, tendo apenas o comprimento, L , de sofrer um ajuste para o caso do carregamento 1 (multiplicação por dois), uma vez que a equação da linha elástica (3.27) foi deduzida para todo o comprimento do avental e os valores de L da Tabela 3.1 referem-se a apenas metade do comprimento do mesmo. Assim, nas tabelas de resultados considera-se como comprimento L o comprimento total da viga ($L_{\text{Total}} = 3.2 \text{ m}$), i.e., o comprimento entre montantes da máquina-ferramenta.

No caso do carregamento 1, $y_{1\text{máx}}$ é obtido para $x = L/2$, enquanto no do carregamento 2, $y_{2\text{máx}}$ é obtido para $x = L$ (L_{Total}).

Em seguida apresentam-se, na Tabela 3.3, os resultados do cálculo analítico das flechas máximas para os carregamentos 1 e 2, aplicando as equações (3.27) e (3.34).

Tabela 3.3 - Flechas máximas, calculadas analiticamente

	Carregamento 1	Carregamento 2
L_{total}/h	$y_{1\text{máx}}$ [m]	$y_{2\text{máx}}$ [m]
2	-8.2891E-05	-6.2319E-05
4	-4.7435E-04	-3.0978E-04
6	-1.4830E-03	-9.2753E-04
8	-3.4173E-03	-2.1007E-03
10	-6.5859E-03	-4.0145E-03
12	-1.1297E-02	-6.8539E-03
14	-1.7861E-02	-1.0804E-02
16	-2.6583E-02	-1.6051E-02

3.4.2. Modelação numérica unidimensional

Apesar de se terem modelado os carregamentos 1 e 2 para diversas relações L/h , as curvas das deformadas de cada carregamento mantiveram a mesma forma, mudando apenas a sua

amplitude. A Figura 3.19 ilustra a curva da deformada de cada carregamento e, a tracejado, a estrutura não deformada.

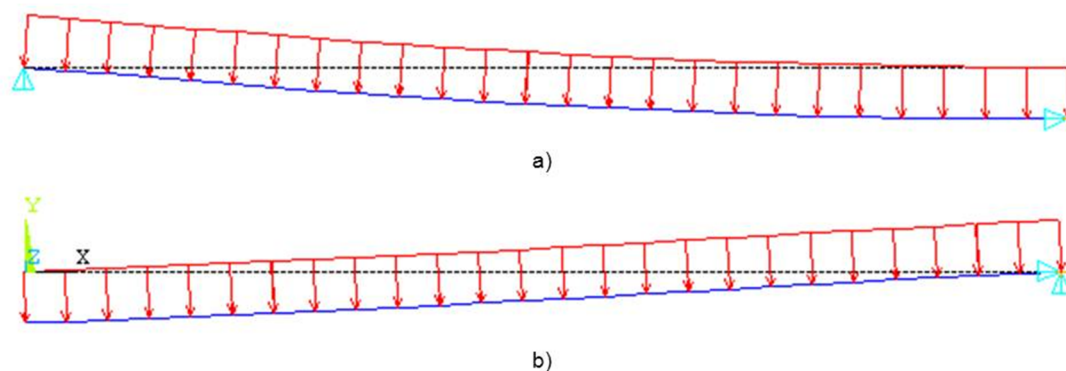


Figura 3.19 – Deformadas da modelação 1D: a) Carregamento 1; b) Carregamento 2

A Tabela 3.4 apresenta as flechas máximas dos carregamentos 1 e 2 obtidos recorrendo ao ANSYS, com os valores da Tabela 3.1.

Tabela 3.4 - Flechas máximas, obtidas na modelação unidimensional

L_{total}/h	Carregamento 1	Carregamento 2
	$y_{1máx}$ [m]	$y_{2máx}$ [m]
2	-8.2985E-05	-6.2414E-05
4	-4.7454E-04	-3.0997E-04
6	-1.4832E-03	-9.2781E-04
8	-3.4177E-03	-2.1011E-03
10	6.5864E-03	-4.0149E-03
12	-1.1298E-02	-6.8545E-03
14	-1.7861E-02	-1.0805E-02
16	-2.6584E-02	-1.6051E-02

3.4.3. Modelação numérica bidimensional

Mais uma vez, verifica-se a constância do aspeto das curvas das deformadas para cada carregamento. A Figura 3.20 demonstra as deformadas do carregamento 1 e 2.

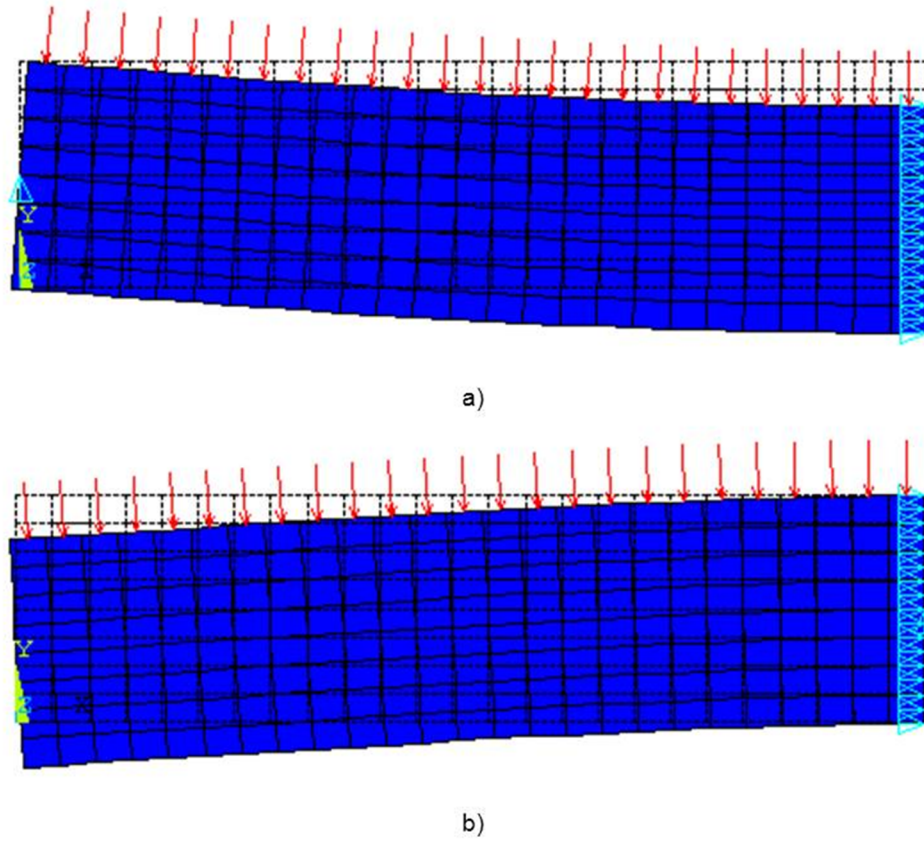


Figura 3.20 - Deformadas da modelação 2D: a) Carregamento 1; b) Carregamento 2

A Tabela 3.5 apresenta as flechas máximas dos carregamentos 1 e 2, obtidos recorrendo ao ANSYS e medindo na linha neutra do avental, utilizando os valores da Tabela 3.1 e um carregamento de $2571\text{E}3 \text{ N/m}^2$.

Tabela 3.5 - Flechas máximas, obtidas na modelação bidimensional

	Carregamento 1	Carregamento 2
L_{total}/h	$y_{1\text{máx}} [\text{m}]$	$y_{2\text{máx}} [\text{m}]$
2	-1.2707E-04	-1.1054E-04
4	-5.0804E-04	-3.5776E-04
6	-1.5098E-03	-9.7850E-04
8	-3.4387E-03	-2.1559E-03
10	-6.6001E-03	-4.0733E-03
12	-1.1309E-02	-6.9190E-03
14	-1.7864E-02	-1.0872E-02
16	-2.6583E-02	-1.6124E-02

3.5. Comparação e discussão dos resultados

Para facilitar a análise dos valores das flechas máximas da Tabela 3.3, Tabela 3.4 e Tabela 3.5, veja-se a Tabela 3.6 que mostra os desvios relativos para cada carregamento, método de cálculo e relação (comprimento/altura) e onde se assume como valor de comparação os valores calculados analiticamente pela teoria de vigas de Timoshenko, i.e., $\frac{|y_{num}-y_{anal}|}{y_{anal}} \times 100$.

Tabela 3.6 - Desvios relativos (carregamentos 1 e 2)

L_{total}/h	Desvios relativos [%] (carregamento 1)		Desvios relativos [%] (carregamento 2)	
	1D	2D	1D	2D
2	0,11%	53,30%	0,15%	77,38%
4	0,04%	7,10%	0,06%	15,49%
6	0,01%	1,81%	0,03%	5,50%
8	0,01%	0,63%	0,02%	2,63%
10	0,01%	0,22%	0,01%	1,46%
12	0,01%	0,11%	0,01%	0,95%
14	0,00%	0,02%	0,01%	0,63%
16	0,00%	0,00%	0,00%	0,45%

Ao analisarem-se os desvios relativos da Tabela 3.6 verifica-se que existe uma diminuição dos mesmos à medida que aumenta a relação L_{total}/h , i.e., a estrutura muda de um modelo de placa a um modelo de viga onde a teoria de vigas de Timoshenko parece começar a produzir bons resultados, a partir de $L_{total}/h \geq 4$.

É possível constatar, também, que os desvios relativos entre o cálculo analítico e a modelação numérica unidimensional são desprezáveis. Já o mesmo não acontece, sobretudo, quando se camparam os resultados do modelo numérico bidimensional com o unidimensional, para relações baixas da relação L_{total}/h . Esta diferença existe devido ao facto da modelação unidimensional basear-se no modelo de linha neutra de Timoshenko e de utilizar, portanto, o fator k para corrigir a simplificação de tensão de corte uniforme ao longo da altura da viga, ao passo que a modelação bidimensional analisa essas tensões mais realisticamente, observando-se a distribuição parabólica dessas mesmas tensões. Para melhor justificar essas diferenças, mostra-se a forma parabólica da distribuição das tensões de corte ao longo da altura, a partir da modelação bidimensional dos carregamentos, retirando-se os valores das tensões de corte para a relação $L_{total}/h = 4$, longe dos apoios para não haver perturbação devida à concentração de tensões nessa zona (Princípio de Saint-Venant). Na Figura 3.21 a) apresenta-se a distribuição das tensões de corte em todo o comprimento da viga e na Figura

3.21 b) apresenta-se a forma parabólica das tensões de corte ao longo da altura da viga, para o carregamento 1 e $L_{total}/h = 4$.

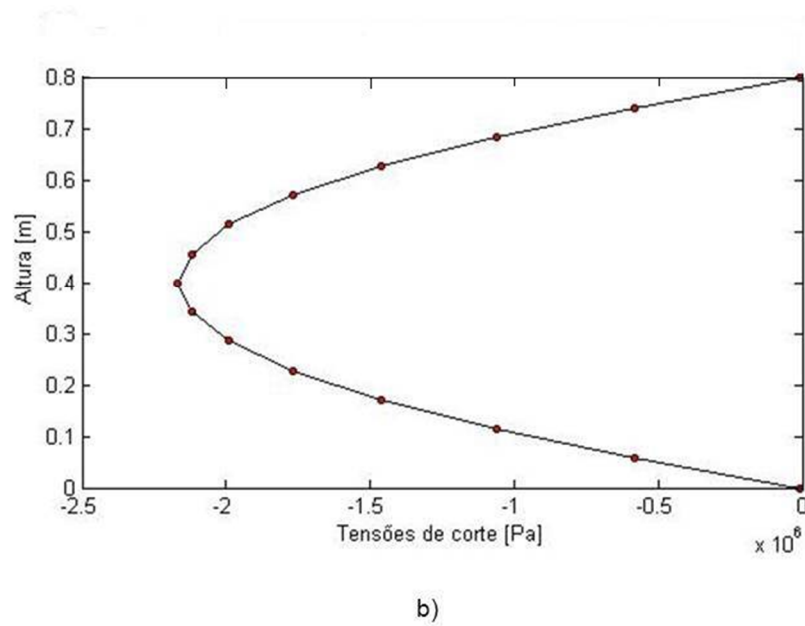
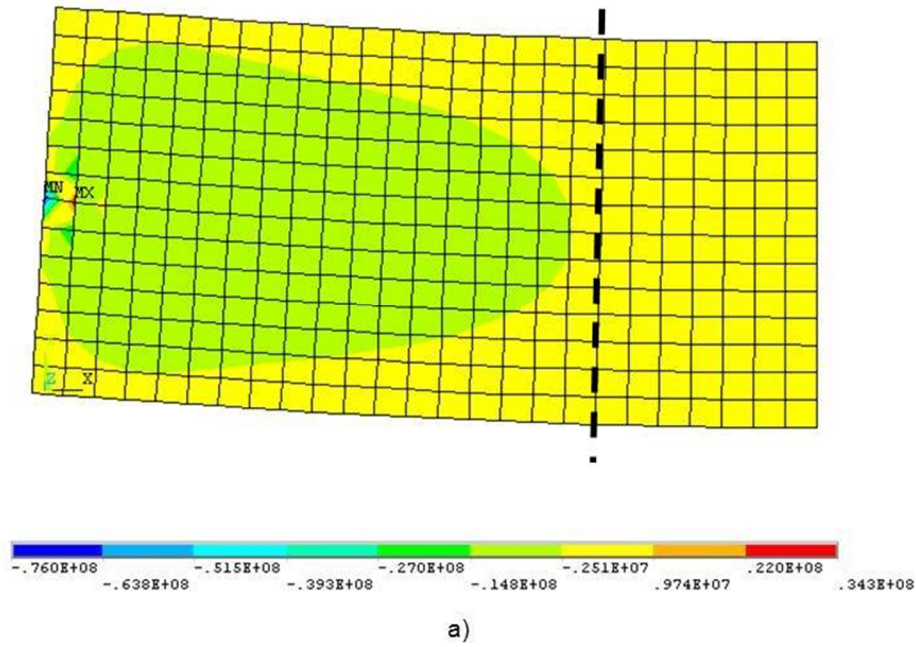
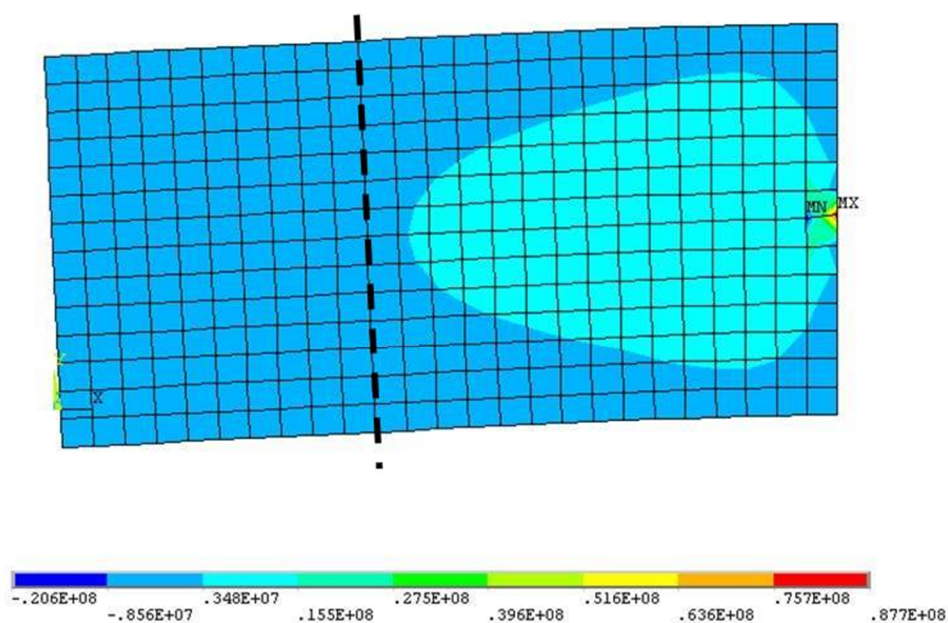
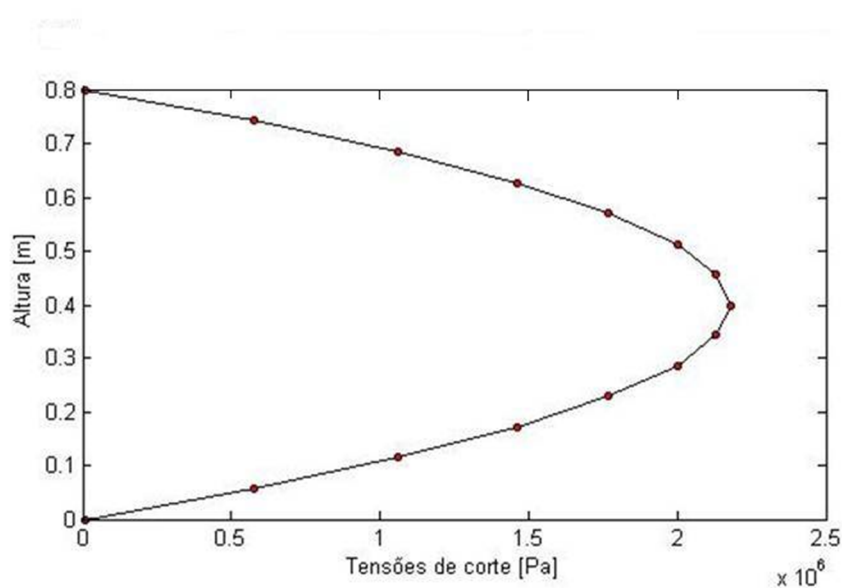


Figura 3.21 - Carregamento 1, $L_{total}/h = 4$: a) Distribuição das tensões de corte ao longo do comprimento da viga, segundo a linha assinalada a tracejado; b) Gráfico da variação das tensões de corte ao longo da altura da viga

A Figura 3.22 a) apresenta a distribuição das tensões de corte em todo o comprimento da viga e a Figura 3.22 b) a forma parabólica das tensões de corte ao longo da altura da viga, para o carregamento 2 e $L_{total}/h = 4$.



a)



b)

Figura 3.22 - Carregamento 2, $L_{total}/h = 4$: a) Distribuição das tensões de corte ao longo do comprimento da viga, segundo a linha assinalada a tracejado; b) Gráfico da variação das tensões de corte ao longo da altura da viga

Relativamente às diferenças entre os dois carregamentos, ao observar-se a Tabela 3.6 repara-se que os desvios relativos do carregamento 2 são superiores aos do carregamento 1, tanto para a modelação 1D como para a 2D, para todos os valores de L/h . Além disso, contata-se, através das Tabelas 3.3, 3.4 e 3.5, que os valores das flechas máximas do carregamento 1 são maiores que os verificados para o carregamento 2 e que, portanto, a rigidez do apoio do AS (Avental Superior) é inferior a rigidez do apoio do AI (Avental Inferior).

Repara-se que para estes dois tipos de carregamentos, a utilização do fator k para corrigir o facto de se ignorar a forma parabólica das tensões de corte na formulação da equação da linha elástica é bastante razoável, a partir de relações $L_{total}/h \geq 4$ ou 6.

Capítulo 4

Modelação unidimensional e bidimensional e análise de diferentes configurações de aventais

Neste capítulo apresentam-se as modelações em 1D e 2D de diferentes geometrias de aventais em forma de *sandwich*, explicando-se detalhadamente como estas foram elaboradas, e as análises das combinações formadas por esses aventais do ponto de vista das deformações dos aventais, da penetração de quinagem e da oscilação da penetração.

As geometrias ótimas constantes no documento [13] são utilizadas neste capítulo na modelação e análise numérica em 1D e 2D. No capítulo 5 verificar-se-á que as dimensões ótimas obtidas com o modelo numérico são muito próximas das obtidas analiticamente no documento referido.

Os parâmetros de projeto s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 , s_6 , s_7 e s_8 em [13] são abordados em pormenor nos próximos subcapítulos. A Figura 4.1 representa as diversas geometrias de aventais e os parâmetros de projeto, à exceção do s_8 que corresponde à posição do pino.

Em relação à otimização dos modelos 2D estes aparecem no capítulo 7 e são comparados com os resultados dos modelos numéricos bidimensionais.

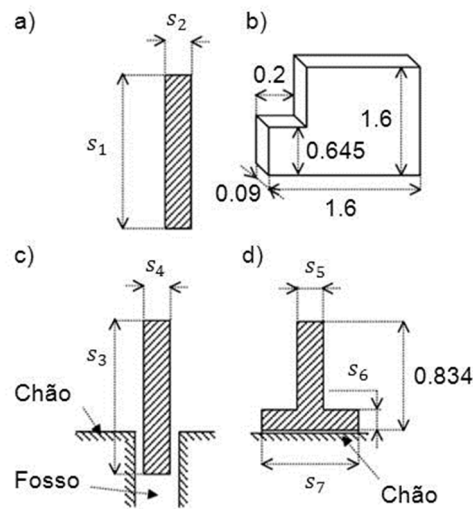


Figura 4.1 - Geometrias de aventais superior e inferior e parâmetros de projeto, adaptado de [13], em [m]: a) AS1; b) AS2; c) AI1; d) AI2

As geometrias da Figura 4.1 compõem 4 combinações diferentes de aventais: AS1/AI1, AS1/AI2, AS2/AI1 e AS2/AI2. A Figura 4.2 ilustra essas combinações.

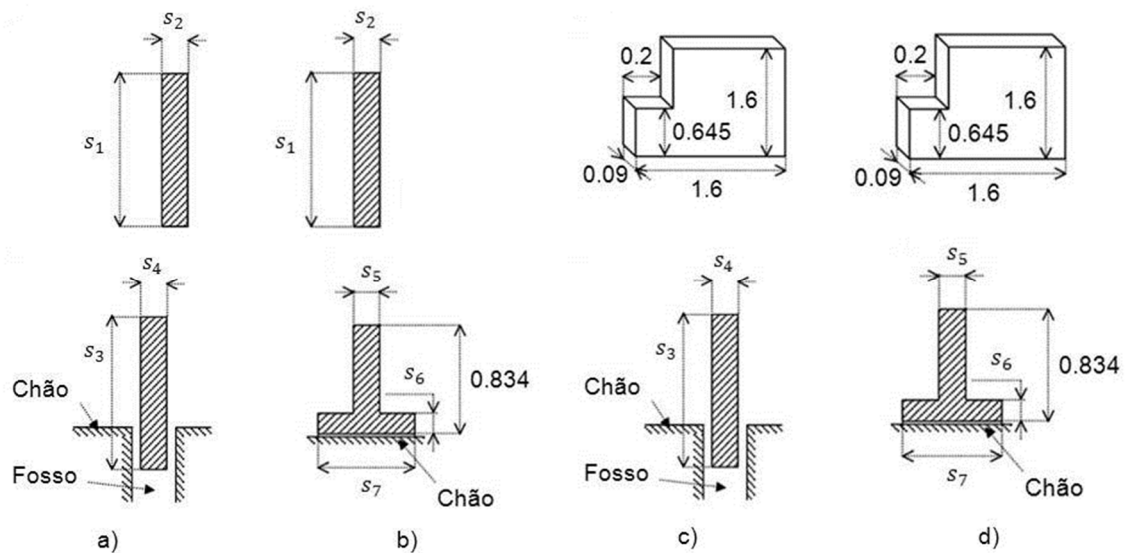


Figura 4.2 - Combinações de aventais, adaptado de [13], em [m]: a) AS1/AI1 e AS1/AI1 com pinos verticais; b) AS1/AI2; c) AS2/AI1; d) AS2/AI2

Tal como para os carregamentos 1 e 2 do capítulo anterior, devido ao facto dos aventais serem simétricos segundo o seu eixo vertical, modelou-se apenas metade dos mesmos, o que significa que dos 3.2 m de comprimento, modelou-se apenas 1.6 m. Estes foram modelados em ANSYS pelo MEF, com os elementos do tipo *BEAM3* (Figura 3.13) para a modelação 1D e do tipo *PLANE82* (Figura 3.16) para a modelação 2D. Também as propriedades materiais são as mesmas das do capítulo anterior, visto tratar-se de um aço. A Tabela 4.1 indica essas propriedades.

Tabela 4.1 - Propriedades materiais do aço utilizadas na modelação

	ν	E [Pa]
Aço	0.3	200×10^9

Na modelação unidimensional das diferentes geometrias de aventais, atribuíram-se dimensões e propriedades materiais aos mesmos e calcularam-se os momentos de inércia e as áreas das suas secções transversais. Aplicou-se um carregamento uniformemente distribuído, $q = 180000$ N/m, ao longo do comprimento de quinagem, a , e definiram-se os apoios para cada caso.

Para a modelação bidimensional foi necessário, tal como para a unidimensional, definir as dimensões dos aventais e as suas propriedades materiais, não sendo necessário, no entanto, calcular os momentos de inércia nem as áreas das secções transversais, sendo apenas preciso indicar a largura dessa mesma secção. Como neste tipo de modelação especifica-se a largura dos aventais e pretende-se que o carregamento dependa apenas do comprimento do avental e não da área, o carregamento uniformemente distribuído a aplicar ao longo do comprimento de quinagem, que corresponde ao comprimento a quinar da chapa, tem de ser recalculado através da equação (3.37). Definiram-se ainda os apoios para cada configuração.

Teve-se em conta, em ambos os tipos de modelação, a necessidade de ter os nós nos aventais perfeitamente alinhados verticalmente para se garantir que os cálculos do deslocamento eram feitos para nós na mesma posição horizontal x . Contudo, na modelação 1D foi necessário ajustar os nós dos aventais superior e inferior para a colocação do pino de apoio na posição horizontal correta, tomando como referência os valores indicados no documento [13]. No caso da modelação 2D, não se procedeu a tal ajuste de nós, mas houve a preocupação de posicionar o pino em um nó que fosse mais próximo dessa distância de referência, sem perda significativa da qualidade dos resultados obtidos.

A principal diferença entre os dois tipos de modelação consiste no facto de na unidimensional ter-se optado por se gerarem elementos diretamente através de nós (utilização do comando EGEN do ANSYS), enquanto na modelação bidimensional optou-se por se criarem áreas com

a forma desejada e proceder-se à malhagem das mesmas (comando AMESH do ANSYS) para que fossem gerados os elementos e os nós que os constituem. Além disso, a relação entre elementos e nós difere de um tipo de modelação para o outro, pois para a 1D tem-se que:

$$n^{\circ} \text{ nós} = n^{\circ} \text{ elem} + 1 \quad (4.1)$$

enquanto para a 2D, devido ao facto de se utilizarem elementos planos com 8 nós (PLANE82), para uma fila de elementos, tem-se:

$$n^{\circ} \text{ nós} = 5 \times n^{\circ} \text{ elem} + 3 \quad (4.2)$$

Os cálculos da penetração e da oscilação fizeram-se da mesma forma para todas as configurações de aventais, independentemente da modelação ser unidimensional ou bidimensional. Imediatamente após a modelação do cunho, retiraram-se os valores dos deslocamentos verticais dos nós que no processo de quinagem estariam em contacto com a chapa, procedendo-se da mesma forma para a matriz. Com os valores dos deslocamentos verticais desses nós e porque a penetração, $p(x)$, é definida como a diferença entre os deslocamentos verticais do Avental Superior e do Avental Inferior, mais uma constante de translação, δ , para assegurar que as suas deformadas são as mesmas num dado ponto a [13], calculam-se as penetrações a partir de:

$$p(x) = y_{AS}(x) - y_{AI}(x) - \delta \quad (4.3)$$

em que y_{AS} e y_{AI} são os deslocamentos verticais do avental superior e inferior, respetivamente, num ponto em x pertencente ao domínio do comprimento de quinagem e δ é dado por:

$$\delta = y_{AS}|_{x=a} - y_{AI}|_{x=a} \quad (4.4)$$

O erro de quinagem ou oscilação, $\omega(p)$, é definido pela amplitude da variação do angulo de quinagem ao longo do comprimento de quinagem e é proporcional à amplitude da penetração $p(x)$ do cunho na matriz. Tendo os valores da penetração calculados é possível seleccionar os seus valores máximos e mínimos e aplicar a equação (4.3):

$$\omega(p) = \max p(x) - \min p(x) \quad (4.5)$$

em que $x \in \mathcal{R}: 0 \leq x \leq a$ e a corresponde ao comprimento de quinagem.

As modelações e os respetivos cálculos da penetração e da oscilação para as diferentes combinações de aventais foram feitos para diversos comprimentos de quinagem. Isto conseguiu-se com introdução de um ciclo que opera tantas vezes quantos os elementos em contacto com a chapa especificados para um avental. Cada vez que o ciclo conclui uma

operação, o comprimento de quinagem é diminuído em um elemento, até chegar ao último, altura em que termina.

Existe ainda outro ciclo, inserido no dos comprimentos de quinagem, que garante a obtenção das penetrações e das oscilações apenas para os nós pertencentes ao comprimento de quinagem em análise.

O cálculo da oscilação para cada comprimento de quinagem possibilitou uma escolha mais criteriosa do desenho das curvas de deformação dos aventais e da penetração, optando-se por desenhar as pertencentes à situação de maior comprimento de quinagem e aquelas onde se verificou o máximo da oscilação da penetração (casos críticos).

Compararam-se então as curvas das deformações e de penetração das combinações modeladas em 1D e 2D para o maior carregamento ($a = 1.6$ m) e para o carregamento correspondente ao maior valor de oscilação, bem como, as curvas de oscilação de cada combinação. No caso das deformações foi necessário, para melhor visualização das suas formas e diferenças entre os tipos de modelação, fazer uma translação vertical das curvas dos modelos 2D para que estas coincidissem, num determinado nó, com as dos modelos 1D. O nó escolhido, é aquele cuja deformação na modelação unidimensional é zero.

A Tabela 4.2 sumariza os comprimentos de quinagem dos casos críticos, relativamente à oscilação, analisados para todas as combinações e os elementos e nós onde estes começam na modelação bidimensional, à exceção de $a = 1.6$ m, uma vez que a análise a este é comum a todas as combinações.

Tabela 4.2 - Comprimentos de quinagem

Combinação	Elemento	Nó	Comprimento de quinagem [m]
AS1/AI1 com pinos verticais	8	15	1.25
AS1/AI1 com pinos horizontais	12; 7	23; 13	1.05; 1.3
AS1/AI2	-	-	-
AS2/AI1	11	21	1.1
AS2/AI2	12	23	1.05

Na Tabela 4.2, para a combinação AS1/AI1 com pinos horizontais, aparecem dois comprimentos de quinagem, uma vez que os valores máximos da oscilação do modelo 1D e do modelo 2D resultam de comprimentos diferentes. No caso de AS1/AI2, não aparece nenhum comprimento de quinagem porque o maior comprimento de quinagem coincide com o valor máximo de oscilação.

Para ajudar a interpretar a Tabela 4.2, veja-se a Figura 4.3 que exemplifica a aplicação da carga para um comprimento de quinagem de 1.25 m que começa no nó 15 e termina no nó 65 cobrindo os elementos de 8 a 32.

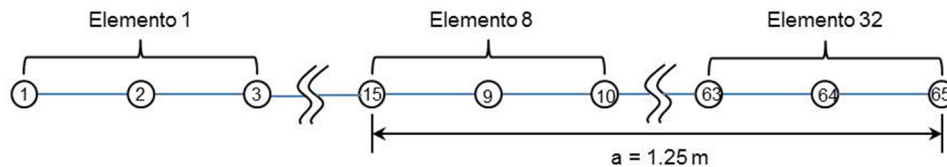


Figura 4.3 - Exemplo de comprimento de quinagem a

Em seguida, serão apresentadas as modelações dos aventais que compõem as combinações referidas anteriormente.

4.1. Avental Superior – AS1

A geometria AS1 possui como parâmetros de projeto s_1 e s_2 , que correspondem à altura e à largura, respetivamente. As dimensões deste avental variam de acordo com a combinação em que está inserido e, consequentemente, a área e o momento de inércia da sua secção transversal, sendo os últimos calculados a partir das equações (3.33) e (3.34). No entanto, o fator de correção mantém-se, visto que a secção transversal do avental não muda, continuando então k a corresponder ao do perfil retangular da Figura 3.5 ($k = 0.85$). A Tabela 4.3 indica as dimensões que AS1 pode apresentar de acordo com as configurações em que se insere.

Tabela 4.3 - Parâmetros de projeto e dimensões

Combinação	Parâmetros de projeto			
	s_1 [m]	s_2 [m]	A [m ²]	I [m ⁴]
AS1/AI1 com pinos verticais	1.6	0.09	0.144	0.03072
AS1/AI1 com pinos horizontais	1.6	0.09	0.144	0.03072
AS1/AI2	1.379	0.09	0.12411	0.019668

O modelo 1D do AS1 é constituído por 64 elementos (cada um com 0.025 m), 65 nós e, tendo em conta tratem-se de elementos *BEAM3* (3 graus de liberdade em cada nó), 192 graus de liberdade.

Uma vez que a modelação unidimensional consiste em modelos de linha neutra e por isso não se tem a percepção da altura do avental e devido ao facto de representar bem os acertos feitos aos nós devido à colocação dos pinos à distância certa do centro, na Figura 4.4 ilustra-se a modelação 1D de apenas uma das combinações da qual faz parte o AS1, nomeadamente, a AS1/AI2.

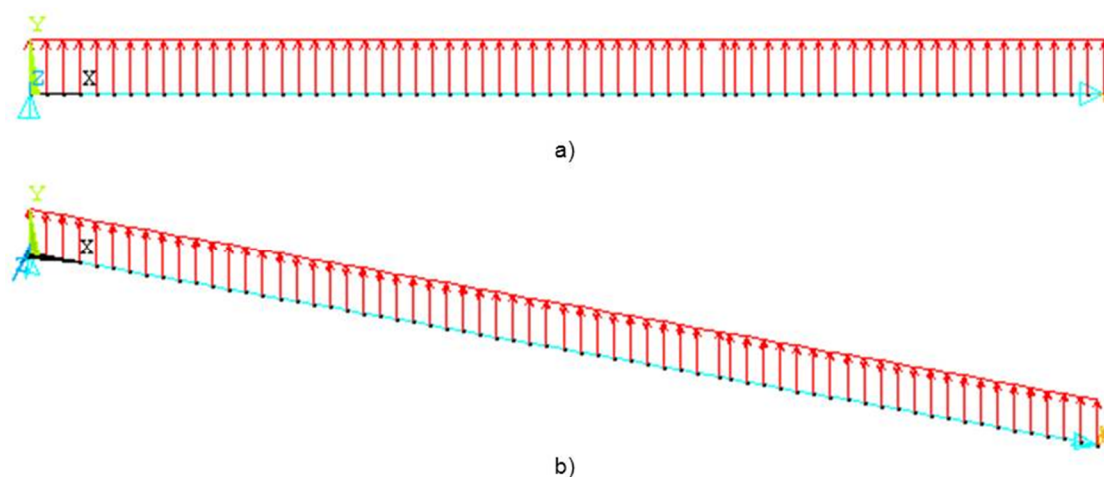


Figura 4.4 - Modelação 1D do AS1 da combinação AS1/AI2: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

Na modelação 2D, o número de elementos (*PLANE82*), de nós e de graus de liberdade está dependente da altura do avental (uma vez que L é constante), que pode ou não variar de acordo com a combinação de aventais. Assim, a Tabela 4.4 apresenta esses valores de acordo com a combinação a que pertence AS1.

Tabela 4.4 - Número de elementos, nós e graus de liberdade de AS1

Combinação	Elementos	Nós	Graus de liberdade
AS1/AI1 com pinos horizontais e AS1/AI1 com pinos verticais	1024	3201	6336
AS1/AI2	896	2809	5560

À semelhança do que foi feito no subcapítulo 3.3, calcula-se o carregamento uniformemente distribuído a aplicar na modelação bidimensional do AS1:

$$q(x) = \frac{180000}{s_2} = \frac{180000}{0.09} = 2000E3 \text{ N/m}^2 \quad (4.6)$$

A Figura 4.5 e a Figura 4.6 apresentam as modelações bidimensionais do AS1 pertencente às combinações AS1/AI1 com pinos horizontais (que é igual ao pertencente à combinação AS1/AI1 com pinos verticais) e AS1/AI2, respectivamente.

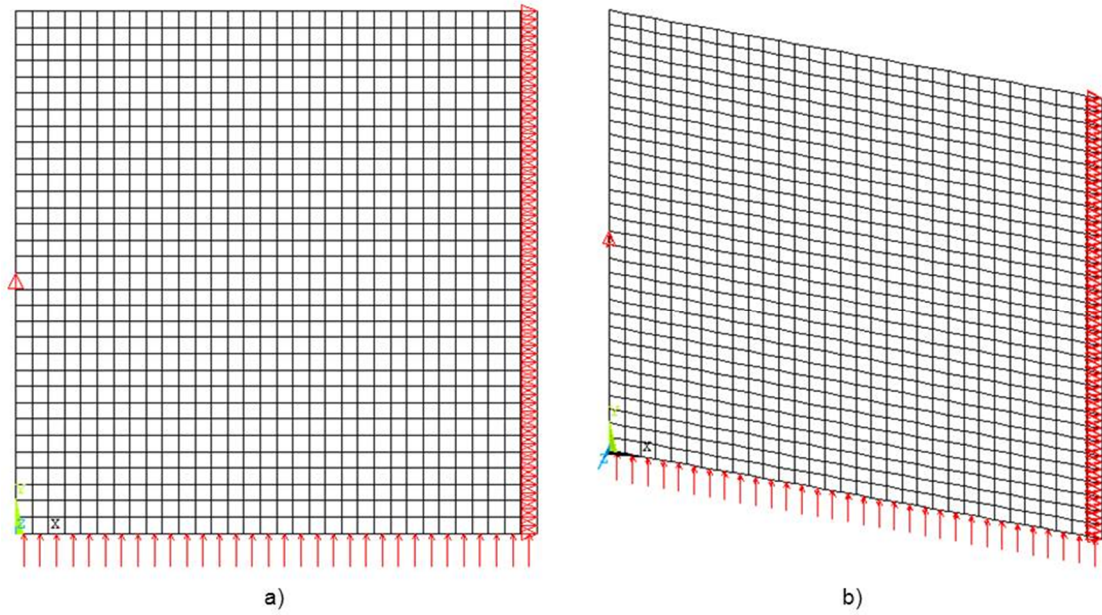


Figura 4.5 - Modelação 2D do AS1 da combinação AS1/AI1: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

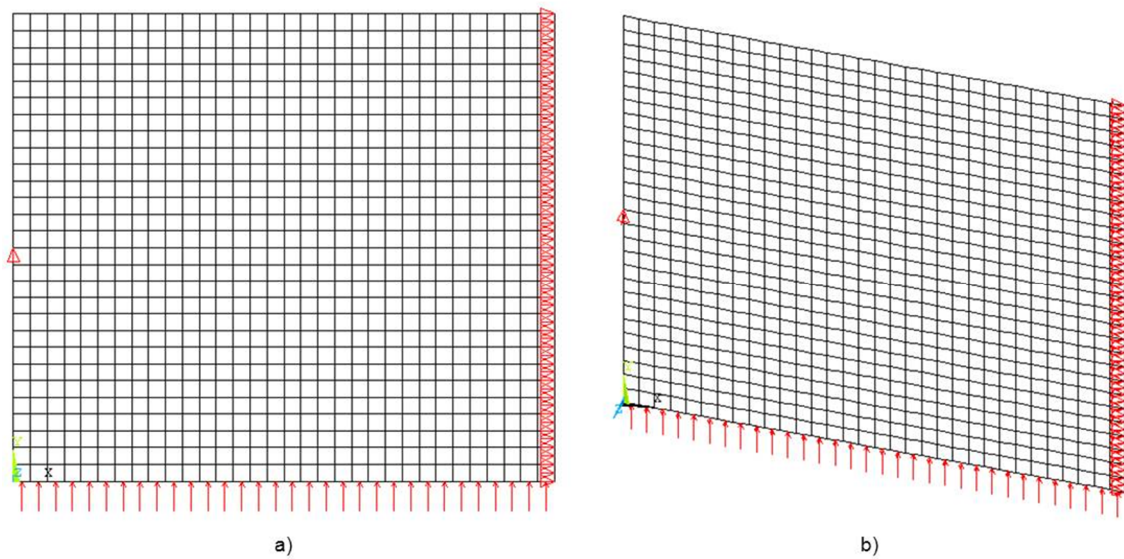


Figura 4.6 – Modelação 2D do AS1 da combinação AS1/AI2: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

4.2. Avental Superior – AS2

Como se pode observar na Figura 4.1, o avental superior AS2 tem uma geometria fixa para todas as combinações em que se integra (as combinações AS2/AI1 e AS2/AI2), ou seja, as dimensões usadas neste avental não sofrem alterações na modelação unidimensional ou na bidimensional. Além disso, este avental possui variação do momento de inércia, uma vez que possui duas secções transversais diferentes ao longo do seu comprimento. No entanto, o fator de correção de Timoshenko mantém-se igual a 0.85, pois a secção transversal do avental continua a ser retangular. Na Figura 4.7 apresenta-se novamente AS2 com as respetivas dimensões.

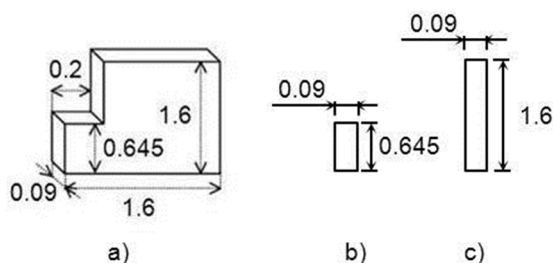


Figura 4.7 – a) AS2 e respetivas dimensões [m]; b) Secção 1 [m]; c) Secção 2 [m]

Este avental possui duas secções transversais diferentes ao longo do seu comprimento e, por isso, a sua modelação unidimensional difere da dos outros aventais. Começou-se por definir os elementos com as características de uma secção e de outra para modelar a geometria de acordo com a variação de inércia existente. Esta foi modelada de acordo com o estudo apresentado no documento [14], que concluiu que devia ser aplicada não a 0.2 m, como mostra a Figura 4.7, mas sim a cerca de 0.47 m do início do avental, para que a deformada se aproxime mais da realidade. A Tabela 4.5 indica as áreas e os momentos de inércia de ambas as secções transversais de AS2.

Tabela 4.5 - Áreas e momentos de inércia das secções transversais de AS2

	A [m ²]	I [m ⁴]
Secção 1	0.0581	0.002013
Secção 2	0.1440	0.030720

Como existem duas secções distintas, na Tabela 4.6 apresentam-se o número de elementos (cada um com 0.025 m), de nós e de graus de liberdade de ambas as secções, na modelação 1D.

Tabela 4.6 - Número de elementos, nós e graus de liberdade de AS2

	Elementos	Nós	Graus de liberdade
Secção 1	19	19	56
Secção 2	45	46	136
Total	64	65	192

A Figura 4.8 ilustra a modelação do avental AS2 na combinação AS2/AI1, com o acerto do nó devido à posição do pino no Avental Inferior (ver Figura 4.10 adiante).

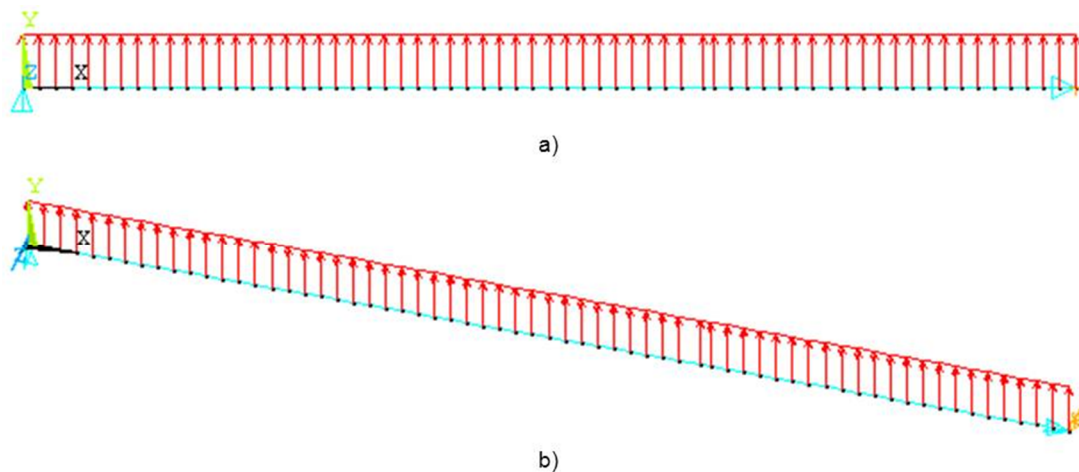


Figura 4.8 - Modelação 1D do AS2 da combinação AS2/AI1: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

Como foi dito anteriormente, a geometria deste avental é fixa e por isso o número de elementos, de nós e de graus de liberdade na modelação 2D é o mesmo, independentemente da combinação em que é utilizado. Assim, este avental possui 976 elementos, 3059 nós e 6050 graus de liberdade.

O carregamento aplicado neste avental é idêntico ao aplicado no AS1, ou seja, 2000E3 N/m^2 , uma vez que a largura, b , deste avental é a mesma da do anterior.

A Figura 4.9 demonstra a modelação 2D do avental AS2 para as combinações AS2/AI1 e AS2/AI2.

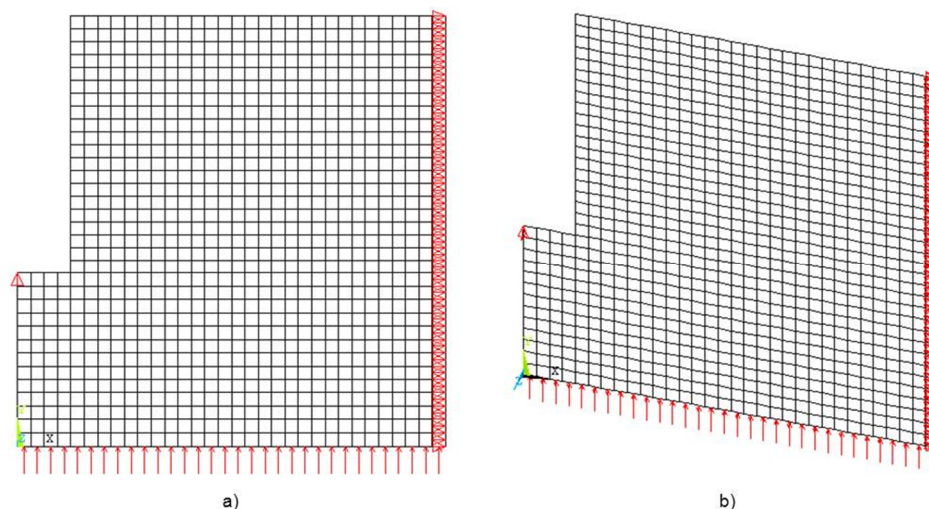


Figura 4.9 - Modelação 2D do AS2 da combinação AS2/AI1 e AS2/AI2: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

4.3. Avental Inferior – AI1

A modelação dos aventais inferiores é ligeiramente mais complexa que a dos aventais superiores, uma vez que têm forma de *sandwich* e envolvem a colocação de pinos de apoio. O avental AI1, em particular, envolve um caso distinto que consiste na colocação de dois pinos dispostos verticalmente um em relação ao outro, no centro do avental e está inserido na combinação AS1/AI1 com pinos verticais. Na modelação da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais optou-se por colocar apenas um pino em vez de dois, uma vez que esta simplificação não introduz mudanças significativas no comportamento das fibras do avental.

A geometria deste avental é determinada pelos parâmetros de projeto s_3 , s_4 e s_8 , que correspondem à altura, à largura e à distância ao centro do avental a que o pino está colocado, respetivamente. Estas dimensões variam de acordo com a combinação em que o avental se insere, fazendo, no caso de s_8 , com que este seja de pinos verticais ($s_8 = 0$ m) ou não ($s_8 > 0$ m). As mesmas fazem variar quer a área, quer o momento de inércia da secção transversal, que são calculados, mais uma vez, pelas equações (3.33) e (3.34). No entanto, tal como aconteceu nos dois casos anteriores, o fator de correção de Timoshenko mantém-se igual, ou seja, $k = 0.85$. A Tabela 4.7 apresenta os parâmetros e as restantes dimensões, dependentes das combinações.

Tabela 4.7 - Parâmetros de projeto e outras dimensões

Parâmetros de projeto						
Combinação	s ₃ [m]	s ₄ [m]	s ₈ [m]		A [m²]	I [m⁴]
			1D	2D		
AS1/AI1 com pinos verticais	1.56	0.07	0	0	0.1092	0.0221458
AS1/AI1 com pinos horizontais	1.375	0.07	0.29	0.3	0.09625	0.0151644
AS2/AI1	0.95	0.07	0.566	0.575	0.0665	0.0050014

A modelação 1D de AI1 contém 64 elementos, 65 nós e 192 graus de liberdade, para todas as combinações em que é utilizado.

A Figura 4.10 ilustra o avental inferior da combinação AS2/AI1.

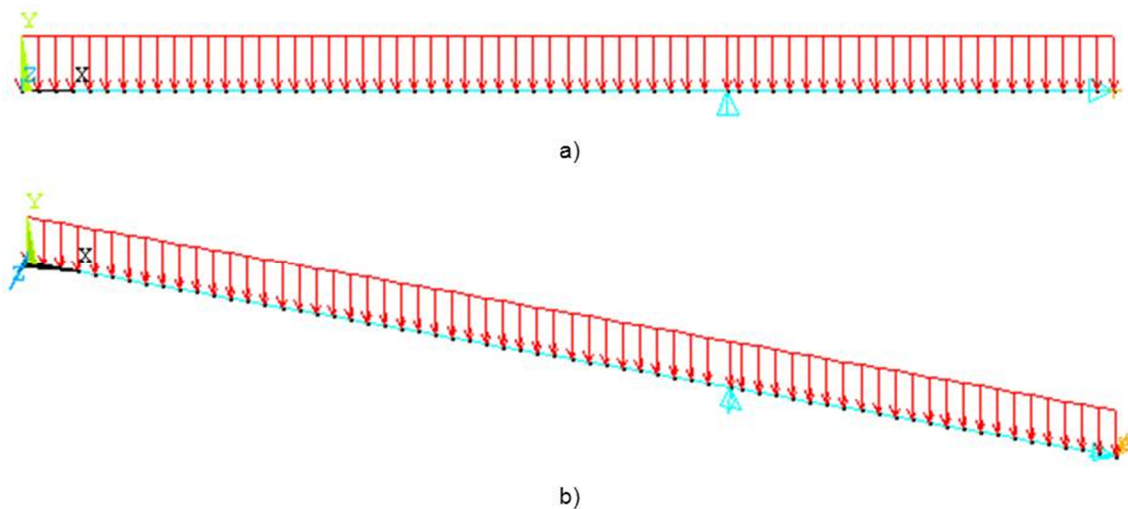


Figura 4.10 - Modelação 1D do AI1 da combinação AS2/AI1: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

A Figura 4.11 ilustra o avental inferior da combinação AS1/AI1 com pinos verticais, de modo a perceber-se melhor a diferença entre os pinos verticais e os outros.

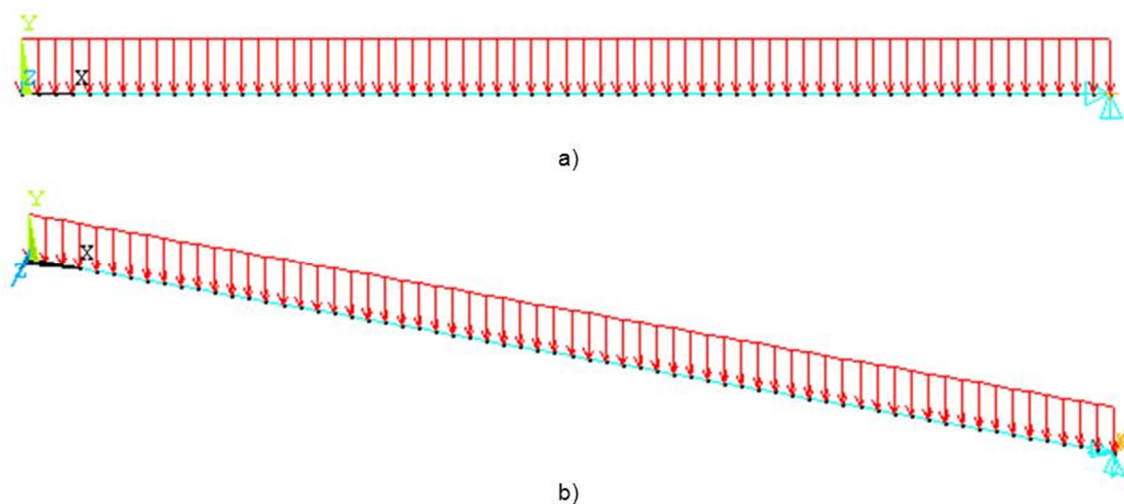


Figura 4.11 - Modelação 1D do AI1 da combinação AS1/AI1 com pinos verticais: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

Na modelação bidimensional de AI1 o número de elementos, de nós e de graus de liberdade altera-se consoante a altura deste e da combinação em que se insere. Assim, apresentam-se na Tabela 4.8 as combinações e o número de elementos, de nós e de graus de liberdade correspondentes.

Tabela 4.8 - Número de elementos, nós e graus de liberdade de AI1

Combinação	Elementos	Nós	Graus de liberdade
AS1/AI1 com pinos verticais	1024	3201	6336
AS1/AI1	896	2809	5560
AS2/AI1	640	2025	4008

Como a largura, b , do avental AI1 é diferente, para modelação bidimensional tem de recalcularse o carregamento uniformemente distribuído.

$$q(x) = \frac{180000}{s_4} = \frac{180000}{0.07} = 2571E3 \text{ N/m}^2 \quad (4.7)$$

A Figura 4.12 apresenta AI1, usado na combinação AS1/AI1 com os pinos dispostos verticalmente.

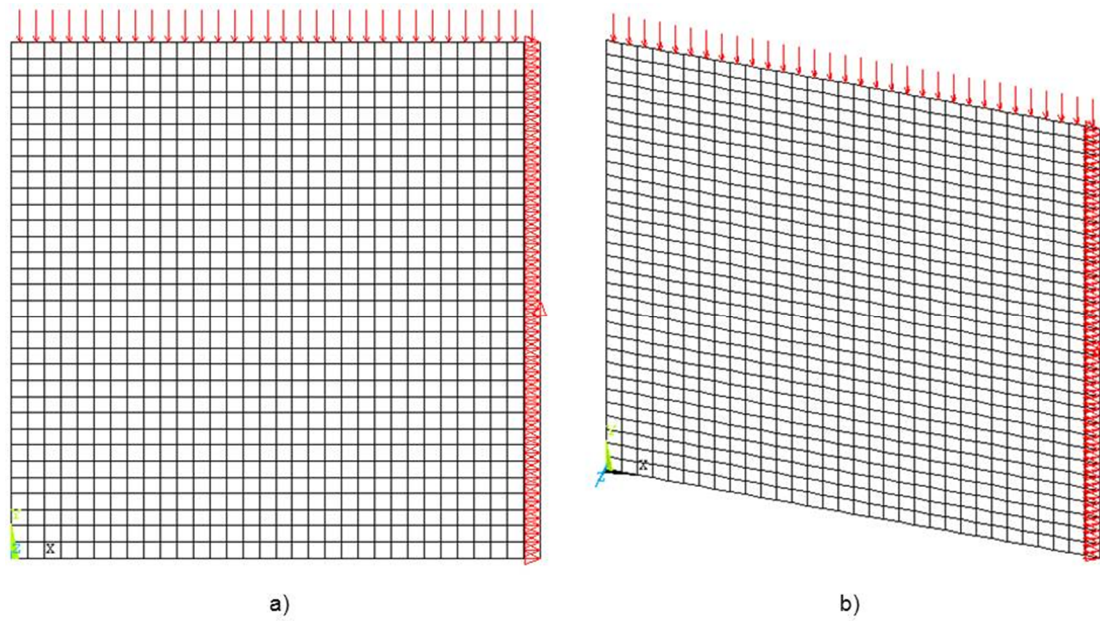


Figura 4.12 - Modelação 2D do AI1 da combinação AS1/AI1 com pinos verticais: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

A Figura 4.13 ilustra AI1 aplicado na combinação AS1/AI1.

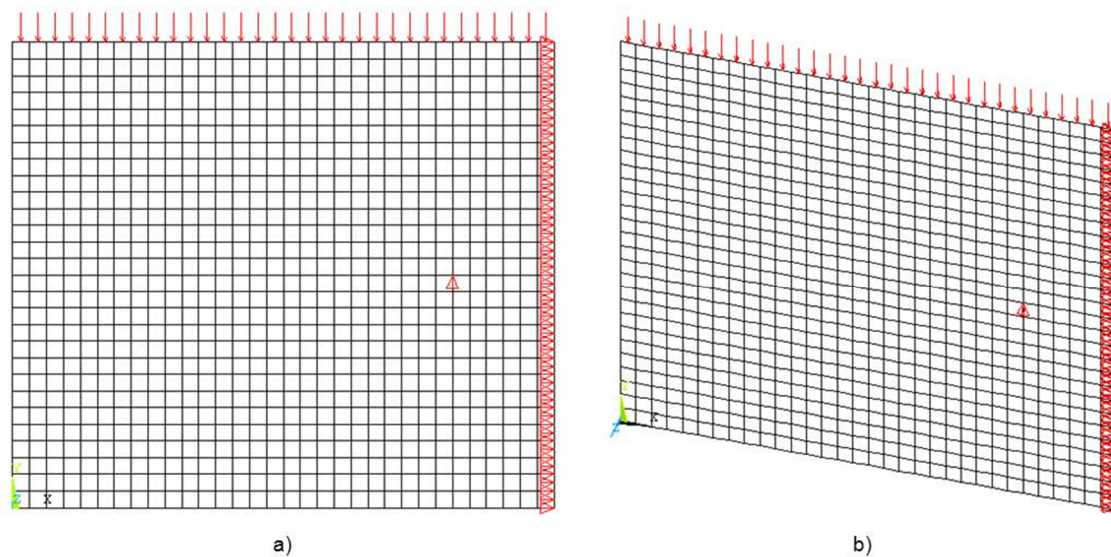


Figura 4.13 - Modelação 2D do AI1 da combinação AS1/AI1: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

Na Figura 4.14 apresenta-se AI1 utilizado na combinação AS2/AI1.

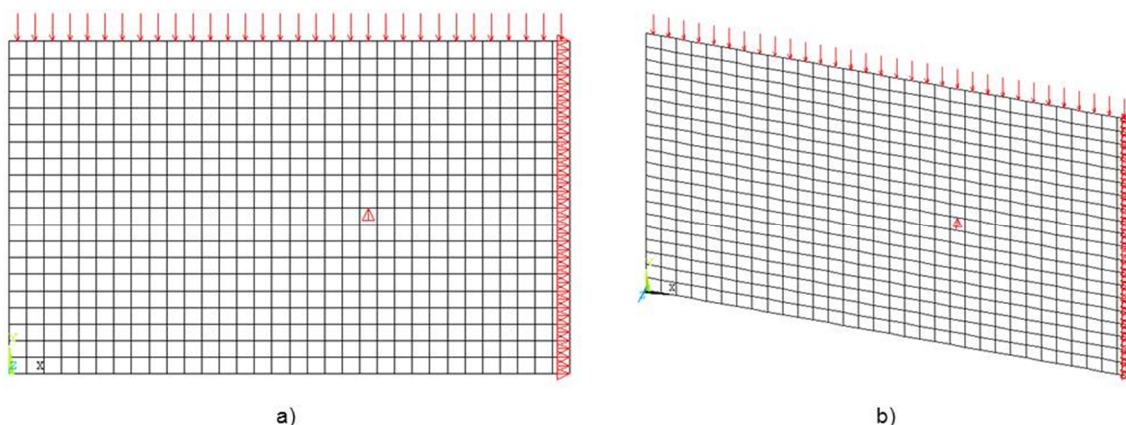


Figura 4.14 - Modelação 2D do AI1 da combinação AS2/AI1: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

4.4. Avental inferior – AI2

A geometria da secção do AI2 é a única não retangular, mas sim em forma de “T” e, devido a isso, apresenta diferenças quer nos parâmetros de projeto, quer no cálculo da área e do momento de inércia da sua secção transversal. O perfil em “T” pode ser dividido em 2 retângulos e a soma das suas áreas e dos seus momentos de inércia relativamente ao centróide, juntamente com a aplicação do teorema dos eixos paralelos, resulta na área e no momento de inércia total desse perfil.

Os seus parâmetros de projeto são o s_5 , s_6 , s_7 e s_8 , que correspondem, respetivamente, à largura da alma, altura do banzo, largura do banzo e distância do pino de apoio ao centro do avental, e dependem da combinação em que o avental é utilizado, neste caso nas combinações AS1/AI2 e AS2/AI2. Na Figura 4.15 demonstram-se esses parâmetros, juntamente com a altura total do perfil.

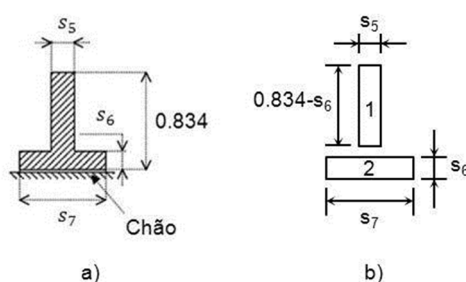


Figura 4.15 – a) AI2 e respetivas dimensões [m]; b) Secções transversais de AI2 [m]

Têm-se agora os dados para introduzir as equações que permitem calcular a área e o momento de inércia deste tipo de secção. A área é dada por:

$$A = A_1 + A_2 \leftrightarrow A = s_5(0.834 - s_6) + s_6 \times s_7 \quad (4.8)$$

em que A_1 é a área do retângulo 1 e A_2 a do retângulo 2.

O momento de inércia é dado por:

$$I = \frac{s_5(0.834 - s_6)^3}{12} + A_1(y - y_1)^2 + \frac{s_7 s_6^3}{12} + A_2(y_2 - y)^2 \quad (4.9)$$

onde y , y_1 e y_2 são para este caso, as coordenadas verticais do centróide do perfil em “T”, do retângulo 1, e do retângulo 2, respetivamente; a coordenada y é calculada a partir de:

$$y = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A} \quad (4.10)$$

A Tabela 4.9 apresenta os valores dos parâmetros de projeto de AI2 para cada combinação.

Tabela 4.9 - Parâmetros de projeto

Combinação	Parâmetros de projeto				
	s_5 [m]	s_6 [m]	s_7 [m]	s_8 [m]	
				1D	2D
AS1/AI2	0.07	0.13	0.6	0.436	0.425
AS2/AI2	0.047	0.13	0.6	0.576	0.575

A Tabela 4.10 mostra os valores das áreas, dos centróides e dos momentos de inércia calculados a partir das equações (4.8), (4.9) e (4.10).

Tabela 4.10 - Áreas e momentos de inércia de acordo com cada combinação

Combinação	A_1 [m ²]	A_2 [m ²]	A [m ²]	y_1 [m]	y_2 [m]	y [m]	I [m ⁴]
AS1/AI2	0.0493	0.078	0.1273	0.352	0.769	0.608	7.3966E-03
AS2/AI2	0.0331	0.078	0.1111	0.352	0.769	0.645	5.5163E-03

Para esta geometria de avental, o fator k assume outro valor correspondente ao perfil em “T”, ou seja, $k = 1/3$ para o AI2.

A modelação unidimensional de AI2 contém 64 elementos (cada um com 0.025 m), 65 nós e 192 graus de liberdade. A Figura 4.16 demonstra o modelo 1D do avental AI2 na combinação AS1/AI2.

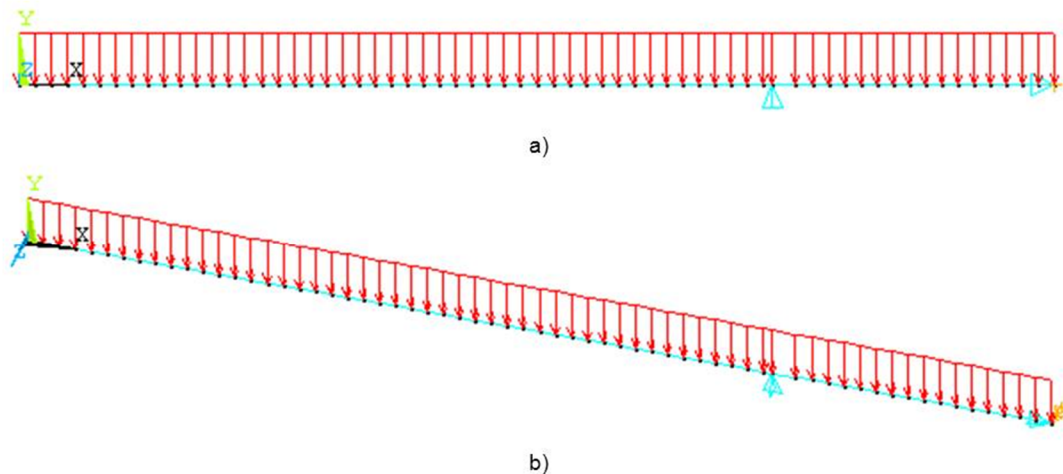


Figura 4.16 - Modelação 1D do AI2 da combinação AS1/AI2: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

Na modelação 2D do AI2 não existe mudança do número de elementos, de nós e de graus de liberdade com a mudança de combinação, tendo-se 608 elementos, 1927 nós e 3814 graus de liberdade.

Neste avental existe uma largura diferente para cada uma das duas combinações em que este se insere que tem como consequência dois valores diferentes de carregamento uniformemente distribuído. Na combinação AS1/AI2, em que se tem $b = 0.07$ m, o valor do carregamento é, como foi dito no subcapítulo anterior, $q(x) = 2571E3 \text{ N/m}^2$; na combinação AS2/AI2, com $b = 0.047$ m, o carregamento é dado pela equação:

$$q(x) = \frac{180000}{s_5} = \frac{180000}{0.047} = 3830E3 \text{ N/m}^2 \quad (4.11)$$

A Figura 4.17 ilustra a modelação 2D de AI2 utilizado na combinação AS2/AI2.

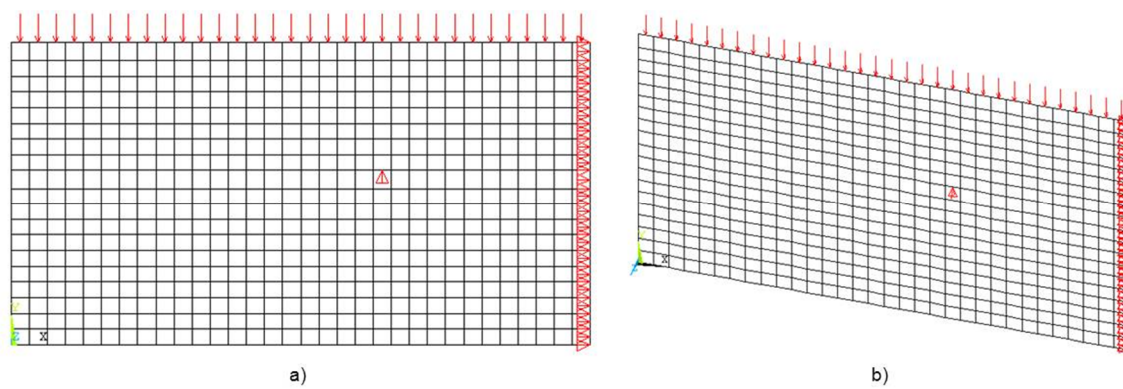


Figura 4.17 - Modelação 2D do AI2 da combinação AS2/AI2: a) Vista lateral; b) Vista oblíqua

Capítulo 5

Resultados das análises às combinações de aventais

No presente capítulo demonstram-se os resultados das análises feitas no capítulo 4 às combinações de aventais modeladas nesse mesmo capítulo. Os resultados serão mostrados sob a forma de gráficos e tabelas e serão retiradas algumas conclusões acerca dos mesmos. Nesses gráficos, os eixos das abcissas começam no nó 1 e no elemento 1 (que corresponde ao maior comprimento de quinagem) e acabam no nó 65 e no elemento 32 (que corresponde ao menor comprimento de quinagem e ao meio vão da máquina-ferramenta).

Para melhor compreensão dos resultados, principalmente, dos gráficos, remete-se o leitor para a Tabela 4.2 e para a Figura 4.3, onde são mostrados e explicados os comprimentos de quinagem e a sua escolha.

Pretende-se mostrar os resultados que permitem concluir acerca da viabilidade na utilização dos valores das dimensões do documento [13], através da otimização dimensional dos modelos numéricos 1D, na modelação e nas análises das deformadas, penetrações e oscilações da penetração, cujos resultados são apresentados nos subcapítulos seguintes.

Em seguida, na Tabela 5.1, mostram-se as oscilações da penetração utilizando as combinações apresentadas no capítulo anterior, calculadas no documento [13] e as calculadas a partir da modelação numérica 1D no ANSYS, quer as que resultaram da otimização da oscilação, quer as obtidas pela utilização direta das dimensões desse documento.

Tabela 5.1 - Tabela de valores de oscilação para modelos unidimensionais, analítico e numéricos

Combinação	Oscilação [m]		
	ANSYS 1D	ANSYS 1D (otimização)	Ref. [13]
AS1/AI1 com pinos horizontais	1.42E-05	1.44E-05	1.39E-05
AS1/AI1 com pinos verticais	1.84E-05	1.86E-05	1.83E-05
AS1/AI2	2.65E-05	2.70E-05	2.56E-05
AS2/AI1	2.81E-05	2.86E-05	2.82E-05
AS2/AI2	3.25E-05	3.14E-05	3.08E-05

A Tabela 5.2 mostra os valores dos parâmetros de projeto das combinações de aventais, resultantes da otimização dos modelos numéricos 1D, e os retirados do documento [13], utilizados nas modelações numéricas 1D e 2D e respectivas análises, que deram origem aos valores de oscilação de penetração da Tabela 5.1.

Tabela 5.2 - Valores dos parâmetros de projeto do documento [13] e dos que resultaram da otimização do modelo numérico 1D

Combinações		Parâmetros de projeto [m]							
		S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈
AS1/AI1 com pinos horizontais	Ref. [13]	1.600	0.090	1.375	0.070	-	-	-	0.290
	Otimização 1D	1.600	0.090	1.397	0.066	-	-	-	0.300
AS1/AI1 com pinos verticais	Ref. [13]	1.600	0.090	1.560	0.070	-	-	-	0
	Otimização 1D	1.586	0.090	1.546	0.070	-	-	-	0
AS1/AI2	Ref. [13]	1.379	0.090	-	-	0.070	0.130	0.600	0.436
	Otimização 1D	1.245	0.084	-	-	0.070	0.130	0.600	0.300
AS2/AI1	Ref. [13]	-	-	0.950	0.070	-	-	-	0.566
	Otimização 1D	-	-	1.042	0.059	-	-	-	0.550
AS2/AI2	Ref. [13]	-	-	-	-	0.047	0.130	0.600	0.576
	Otimização 1D	-	-	-	-	0.067	0.114	0.562	0.550

Uma vez que se pretende mostrar a oscilação da penetração (ou erro de quinagem) de cada combinação modelada numericamente em 2D, elaborou-se a Tabela 5.3 com esses valores.

Tabela 5.3 - Valores de oscilação da penetração para as combinações modeladas numericamente em 2D

Combinação	Oscilação ANSYS 2D [m]
AS1/AI1 com pinos horizontais	1,71E-05
AS1/AI1 com pinos verticais	1,81E-05
AS1/AI2	2,89E-05
AS2/AI1	3,28E-05
AS2/AI2	3,387E-05

Nos subcapítulos 5.1 a 5.5, apresentam-se, mais pormenorizadamente, os resultados das análises às combinações de aventais modeladas numericamente em 1D e 2D, nomeadamente as curvas das deformadas, das penetrações e dos erros de quinagem.

5.1. Combinação AS1/AI1 com pinos verticais

Para visualizar as modelações numéricas em 2D da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, remete-se o leitor para as Figuras 4.5 e 4.12.

A Tabela 5.4 mostra os valores dos parâmetros de projeto para a combinação AS1/AI1 com os pinos verticais que originaram os gráficos apresentados mais abaixo.

Tabela 5.4 - Valores dos parâmetros de projeto utilizados na combinação AS1/AI1 com pinos verticais

Combinação	Parâmetros de projeto [m]				
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₈
AS1/AI1 pinos verticais	1.600	0.090	1.560	0.070	0

A Figura 5.1 apresenta as curvas das deformadas dos aventais e da penetração nas modelações numéricas 1D e 2D para o maior comprimento de quinagem ($a = 1.6$ m).

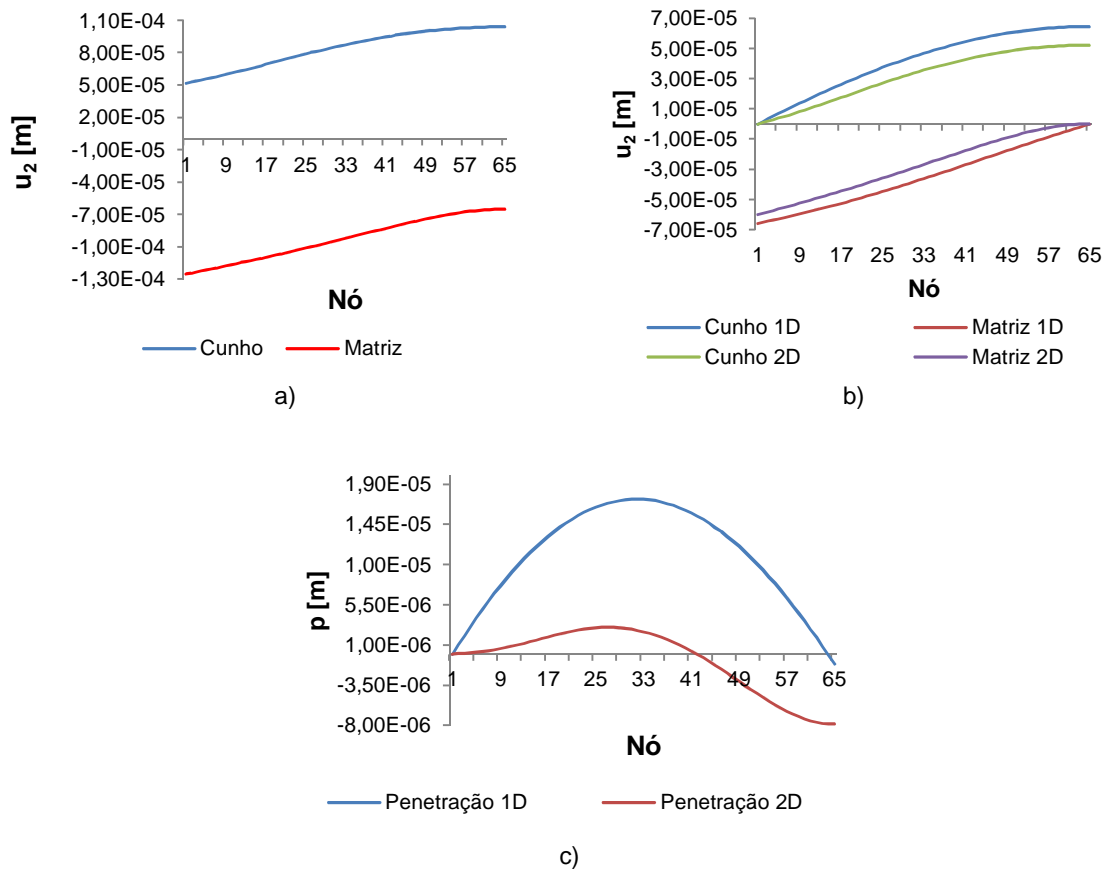


Figura 5.1 - Curvas da combinação AS1/AI1 com pinos verticais, para $a = 1.6$ m:
a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D

Os valores da oscilação da penetração da Figura 5.1 c) são $\omega = 1.84E-5$ m (Tabela 5.1) e $\omega = 1,08E-5$ m para as modelações numéricas 1D e 2D, respetivamente.

A Figura 5.2 apresenta as curvas das deformadas dos aventais e da penetração nas modelações numéricas 1D e 2D para o carregamento a partir do elemento 8 da modelação numérica 2D, ou seja, para o comprimento de quinagem onde se verificou a maior oscilação ($a = 1.25$ m).

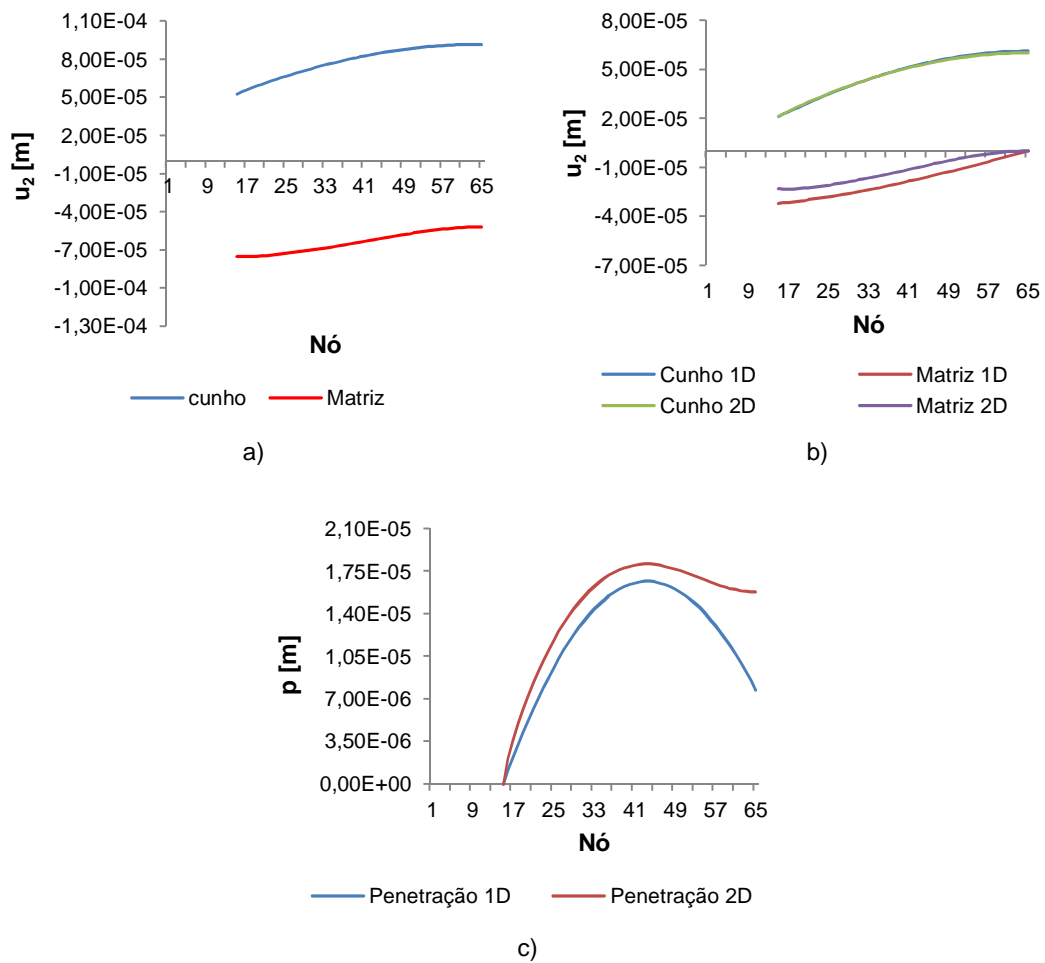


Figura 5.2 - Curvas da combinação AS1/AI1 com pinos verticais, para $a = 1.25$ m:
a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D

Os valores da oscilação da penetração da Figura 5.2 c) são $\omega = 1.67E-5$ m e $\omega = 1,81E-5$ m (Tabela 5.3) para as modelações numéricas 1D e 2D, respetivamente.

A Figura 5.3 mostra o gráfico da oscilação ou erro de quinagem para as modelações unidimensional e bidimensional da combinação AS1/AI1 com os pinos dispostos verticalmente e para os vários comprimentos de quinagem testados

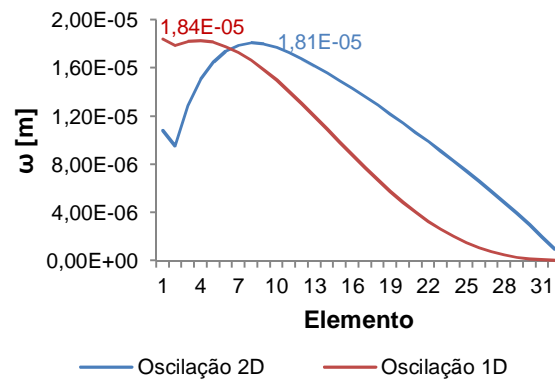


Figura 5.3 - Curvas de oscilação da combinação AS1/AI1 com pinos verticais para vários comprimentos de quinagem

5.2. Combinação AS1/AI1 com pinos horizontais

Para visualizar as modelações numéricas em 2D da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, remete-se o leitor para as Figuras 4.5 e 4.13.

A Tabela 5.5 mostra os valores dos parâmetros de projeto para a combinação AS1/AI1 que originaram os gráficos apresentados mais abaixo.

Tabela 5.5 - Valores dos parâmetros de projeto utilizados na combinação AS1/AI1

Combinação	Parâmetros de projeto [m]					
	s ₁	s ₂	s ₃	s ₄	s ₈	
					1D	2D
AS1/AI1	1.600	0.090	1.375	0.070	0.290	0.300

A Figura 5.4 apresenta as curvas das deformadas dos aventais e da penetração nas modelações 1D e 2D para o maior comprimento de quinagem ($a = 1.6$ m).

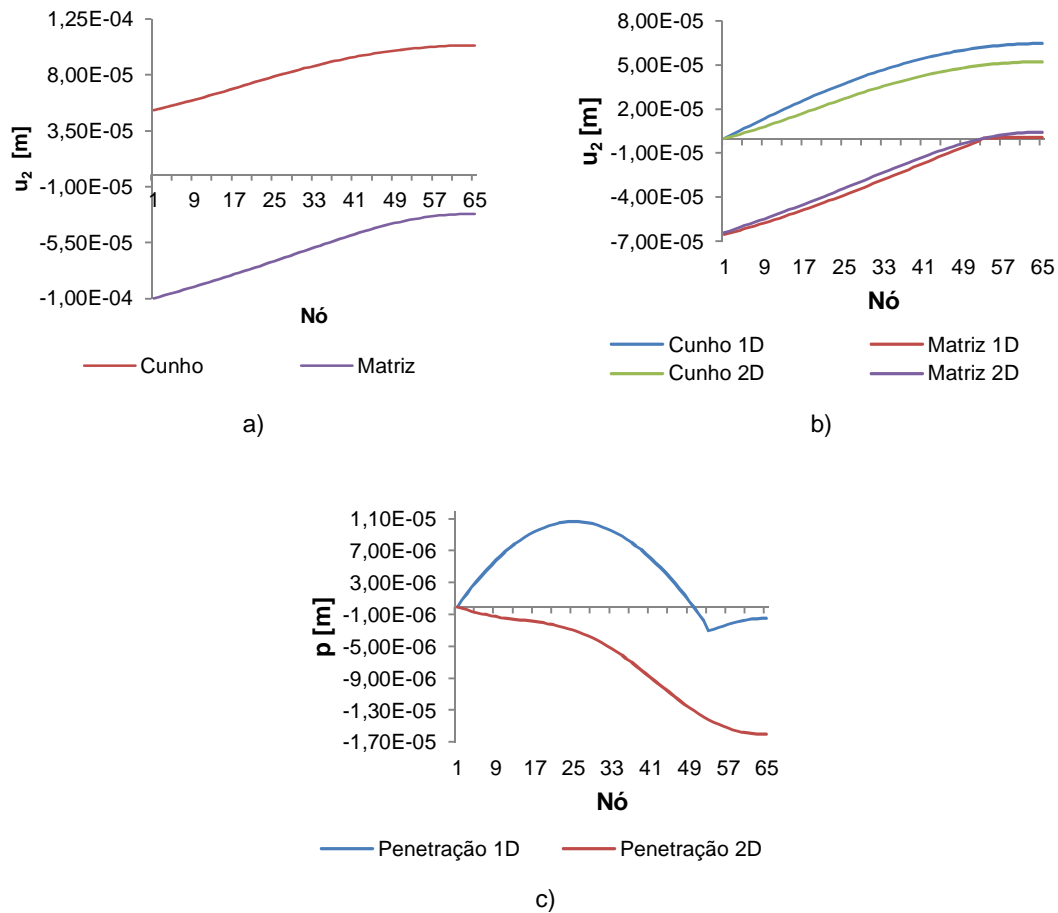


Figura 5.4 - Curvas da combinação AS1/AI1, para $a = 1.6$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D

Os valores da oscilação da penetração da Figura 5.4 c) são $\omega = 1.37 \times 10^{-5}$ m e $\omega = 1.61 \times 10^{-5}$ m para as modelações numéricas 1D e 2D, respetivamente.

A Figura 5.5 apresenta as curvas das deformadas dos aventais e da penetração nas modelações numéricas 1D e 2D para o carregamento a partir do elemento 12 da modelação numérica 2D, ou seja, para o comprimento de quinagem onde se verificou a maior oscilação ($a = 1.05$ m).

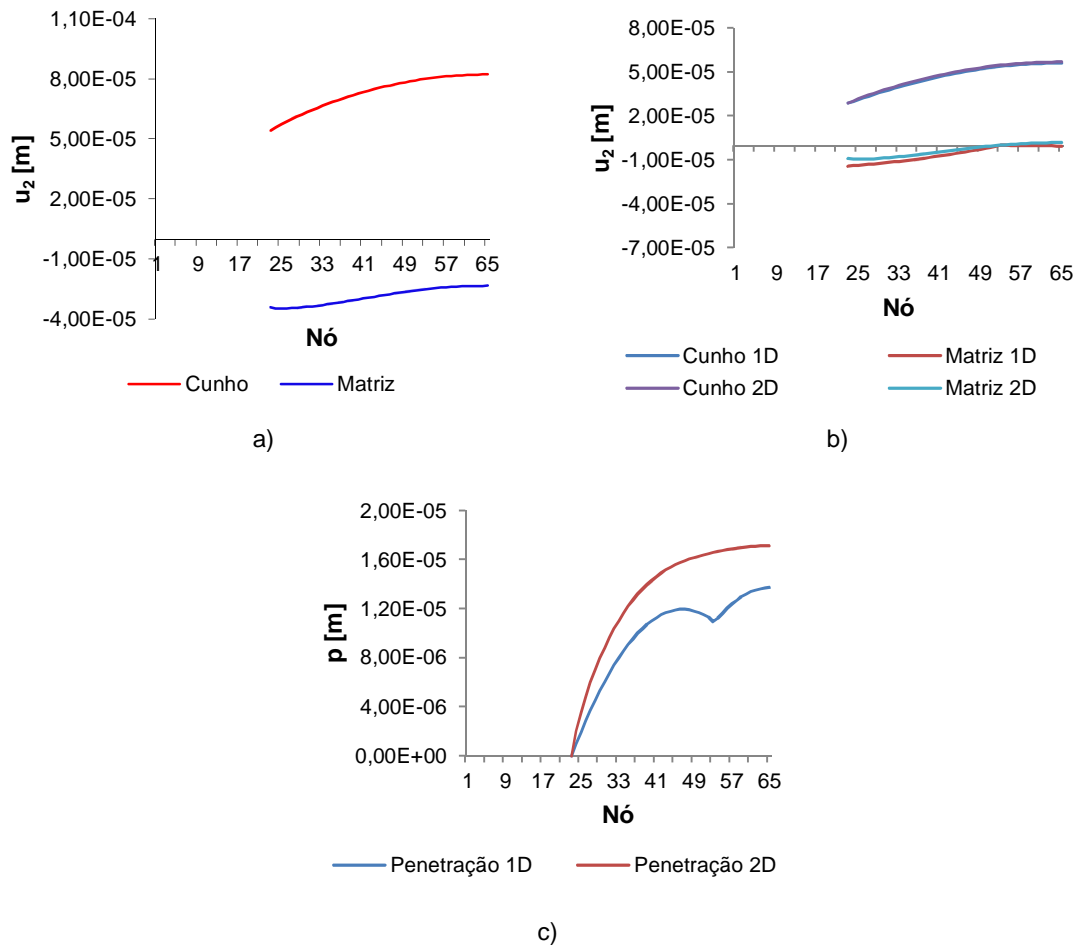


Figura 5.5 - Curvas da combinação AS1/Al1, para $a = 1.05$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D

Os valores da oscilação da penetração da Figura 5.5 c) são $\omega = 1.37E-5$ m e $\omega = 1,71E-5$ m (Tabela 5.3) para as modelações numéricas 1D e 2D, respetivamente.

A Figura 5.6 apresenta as curvas das deformações dos aventais e da penetração nas modelações numéricas 1D e 2D para o carregamento a partir do elemento 13 da modelação numérica 1D, ou seja, para o comprimento de quinagem onde se verificou a maior oscilação ($a = 1.3$ m).

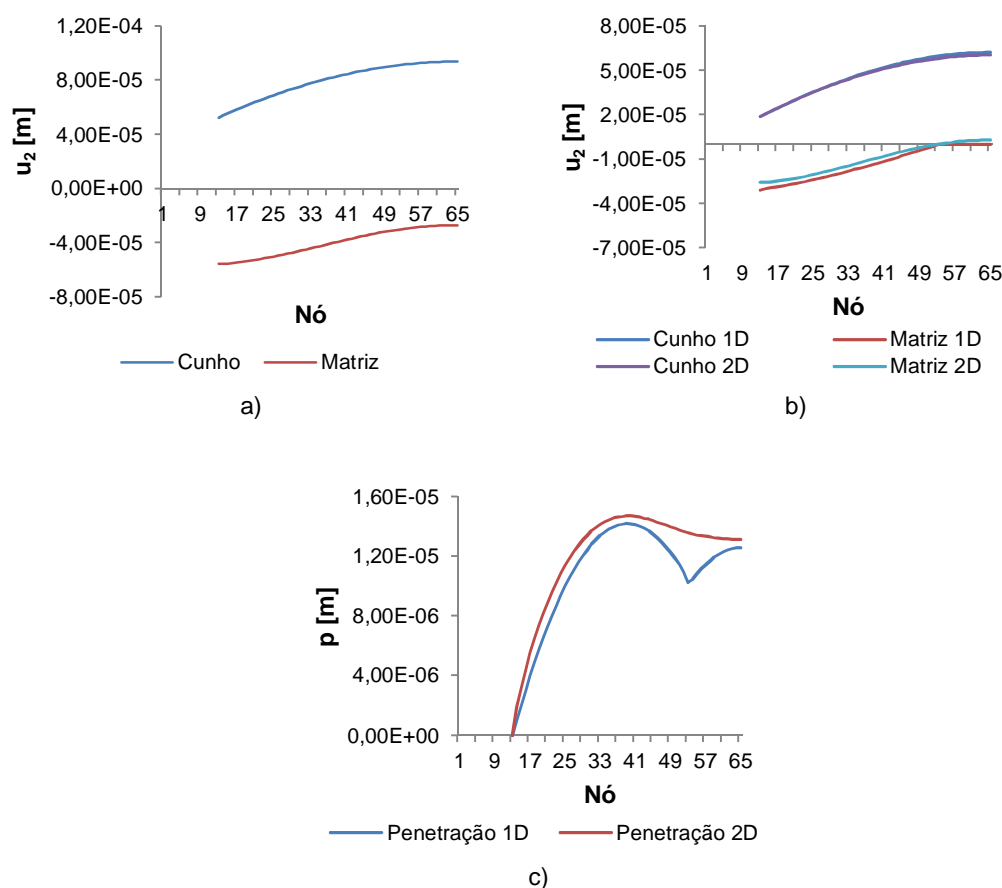


Figura 5.6 - Curvas da combinação AS1/AI1, para $a = 1.3$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D

Os valores da oscilação da penetração da Figura 5.6 c) são $\omega = 1.42E-5$ m (Tabela 5.1) e $\omega = 1,47E-5$ m (Tabela 5.1) para as modelações numéricas 1D e 2D, respetivamente.

A Figura 5.7 mostra o gráfico da oscilação ou erro de quinagem para as modelações unidimensional e bidimensional da combinação AS1/AI1 e para os vários comprimentos de quinagem testados

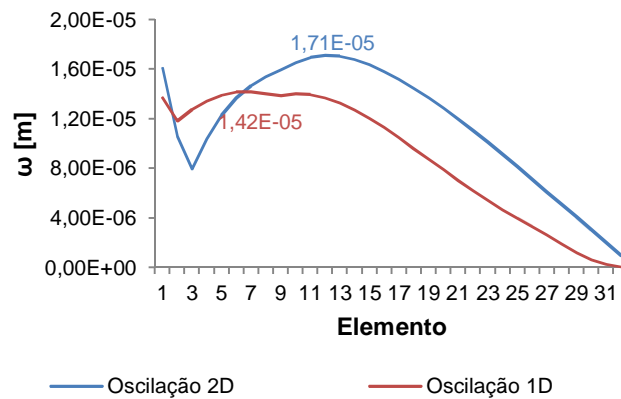


Figura 5.7 - Curvas de oscilação da combinação AS1/AI1 para vários comprimentos de quinagem

5.3. Combinação AS1/AI2

Para visualizar as modelações numéricas em 2D da combinação AS1/AI2, remete-se o leitor para as Figuras 4.5 e 4.17.

A Tabela 5.6 mostra os valores dos parâmetros de projeto para a combinação AS1/AI2 que originaram os gráficos apresentados mais abaixo.

Tabela 5.6 - Valores dos parâmetros de projeto utilizados na combinação AS1/AI2

Combinação	Parâmetros de projeto [m]						
	S ₁	S ₂	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈	
						1D	2D
AS1/AI2	1.379	0.090	0.070	0.130	0.600	0.436	0.425

A Figura 5.8 apresenta as curvas das deformadas dos aventais e da penetração nas modelações 1D e 2D para o maior comprimento de quinagem ($a = 1.6$ m).

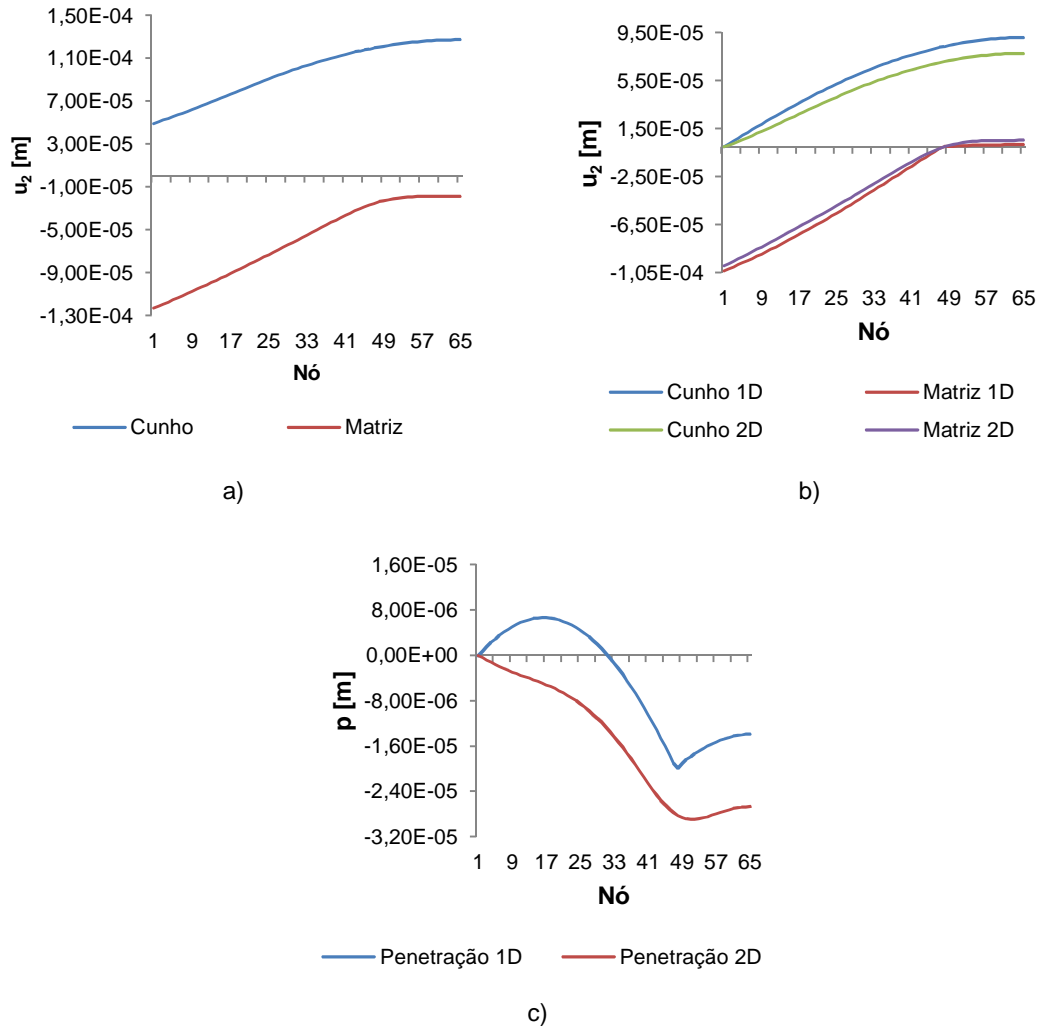


Figura 5.8 - Curvas da combinação AS1/AI2, para $a = 1.6$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D

Os valores da oscilação da penetração da Figura 5.8 c) são $\omega = 2.65E-5$ m (Tabela 5.1) e $\omega = 2.89E-5$ m (Tabela 5.3) para as modelações numéricas 1D e 2D, respetivamente.

A Figura 5.9 mostra o gráfico da oscilação ou erro de quinagem para as modelações unidimensional e bidimensional da combinação AS1/AI2 e para os vários comprimentos de quinagem testados

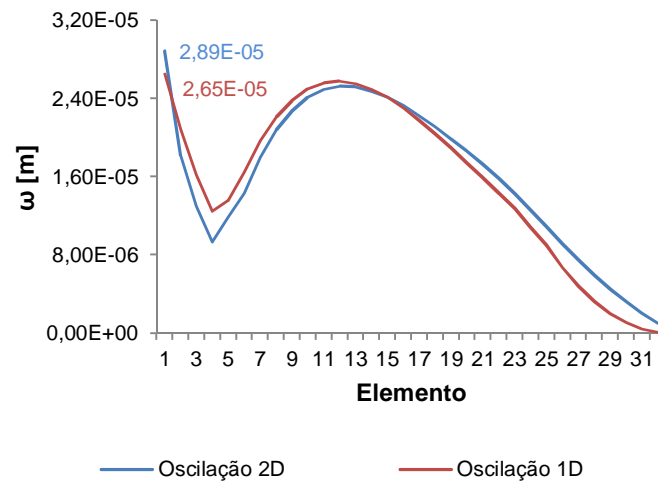


Figura 5.9 - Curvas de oscilação da combinação AS1/AI2 para vários comprimentos de quinagem

5.4. Combinação AS2/AI1

Para visualizar as modelações numéricas em 2D da combinação AS2/AI1, remete-se o leitor para as Figuras 4.9 e 4.13.

A Tabela 5.7 mostra os valores dos parâmetros de projeto para a combinação AS1/AI2 que originaram os gráficos apresentados mais abaixo.

Tabela 5.7 - Valores dos parâmetros de projeto utilizados na combinação AS2/AI1

Combinação	Parâmetros de projeto [m]			
	s_3	s_4	s_8	
			1D	2D
AS2/AI1	0.950	0.070	0.566	0.575

A Figura 5.10 apresenta as curvas das deformadas dos aventais e da penetração nas modelações numéricas 1D e 2D para o maior comprimento de quinagem ($a = 1.6$ m).

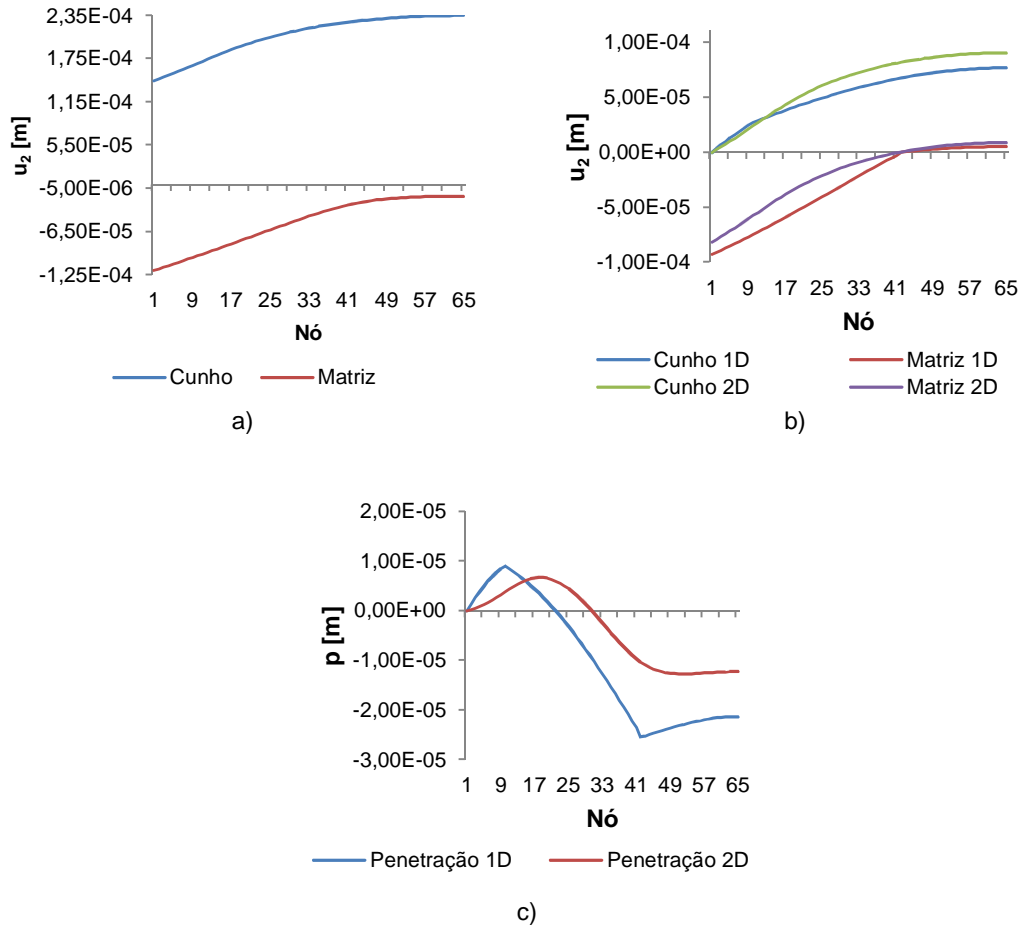


Figura 5.10 - Curvas da combinação AS2/Al1, para $a = 1.6$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D

Os valores da oscilação da penetração da Figura 5.10 c) são $\omega = 2.81E-5$ m (Tabela 5.1) e $\omega = 1.94E-5$ m para as modelações numéricas 1D e 2D, respetivamente.

A Figura 5.11 apresenta as curvas das deformadas dos aventais e da penetração nas modelações numéricas 1D e 2D, para o carregamento a partir do elemento 11, ou seja, para o maior comprimento de quinagem ($a = 1.1$ m).

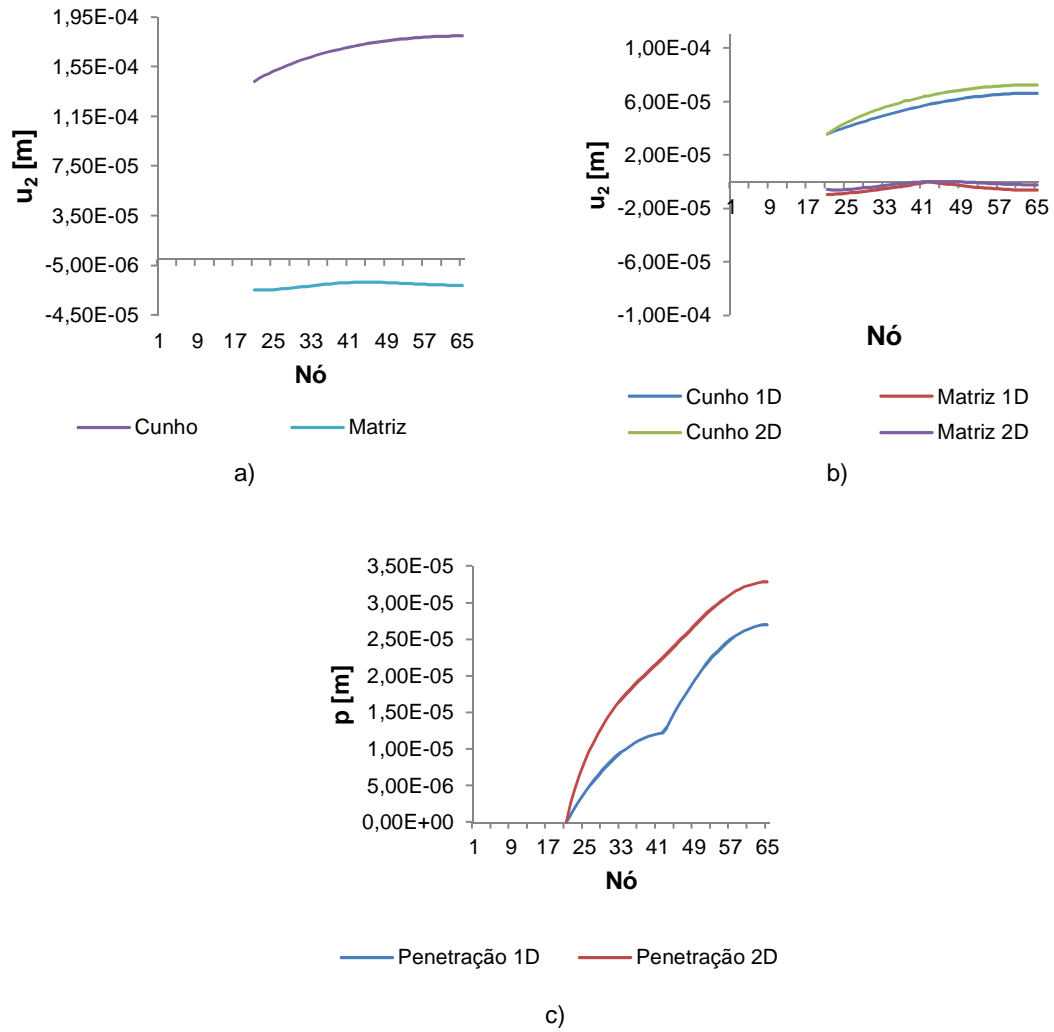


Figura 5.11 - Curvas da combinação AS2/Al1, para $a = 1.1$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D

Os valores da oscilação da penetração da Figura 5.11 c) são $\omega = 2.70E-5$ m e $\omega = 3.28E-5$ m (Tabela 5.3) para as modelações numéricas 1D e 2D, respetivamente.

A Figura 5.12 mostra o gráfico da oscilação (erro de quinagem) para as modelações unidimensional e bidimensional da combinação AS2/Al1 e para os vários comprimentos de quinagem testados.

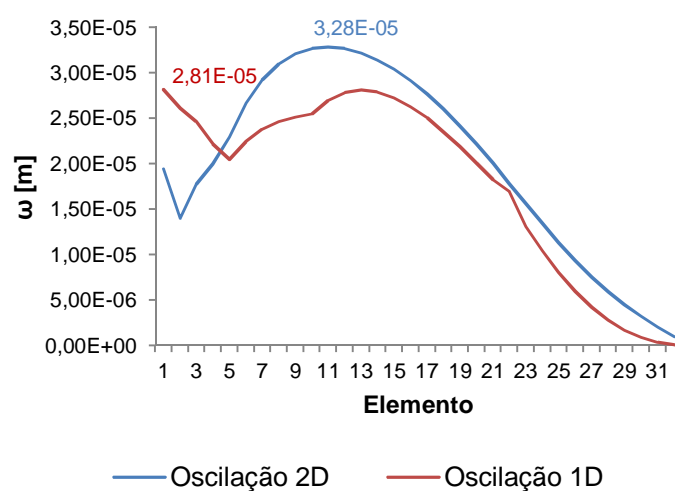


Figura 5.12 - Curvas de oscilação da combinação AS2/AI1 para vários comprimentos de quinagem

5.5. Combinação AS2/AI2

Para visualizar as modelações numéricas em 2D da combinação AS2/AI2, remete-se o leitor para as Figuras 4.9 e 4.17.

A Tabela 5.8 mostra os valores dos parâmetros de projeto para a combinação AS2/AI2 que originaram os gráficos apresentados mais abaixo.

Tabela 5.8 - Valores dos parâmetros de projeto utilizados na combinação AS2/AI2

Combinação	Parâmetros de projeto [m]				
	s_5	s_6	s_7	s_8	
				1D	2D
AS2/AI2	0.047	0.130	0.600	0.576	0.575

A Figura 5.13 apresenta as curvas das deformadas dos aventais e da penetração nas modelações numéricas 1D e 2D para o maior comprimento de quinagem ($a = 1.6$ m).

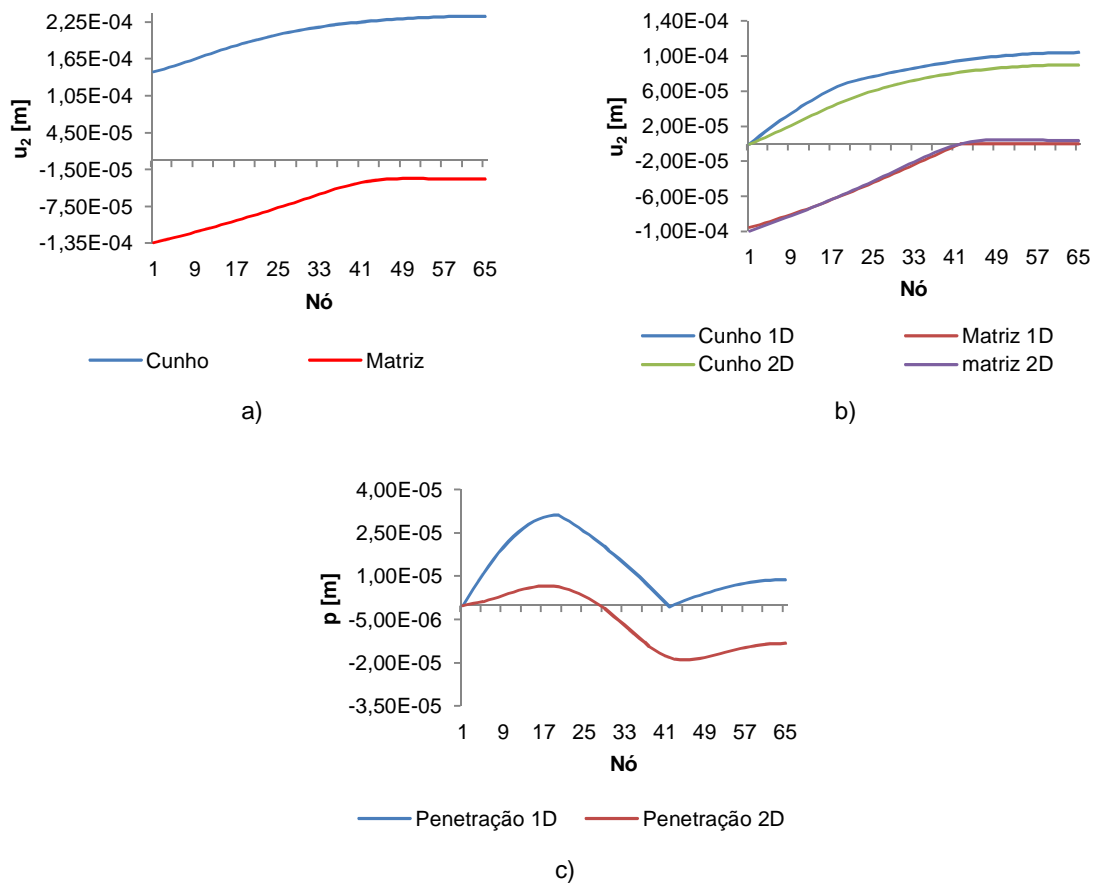


Figura 5.13 - Curvas da combinação AS2/Al2, para $a = 1.6$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D

Os valores da oscilação da penetração da Figura 5.13 c) são $\omega = 3.25E-5$ m (Tabela 5.1) e $\omega = 2.57E-5$ m para as modelações numéricas 1D e 2D, respetivamente.

A Figura 5.14 apresenta as curvas das deformadas dos aventais e da penetração nas modelações numéricas 1D e 2D, para o carregamento a partir do elemento 12, ou seja, para o maior comprimento de quinagem ($a = 1.05$ m).

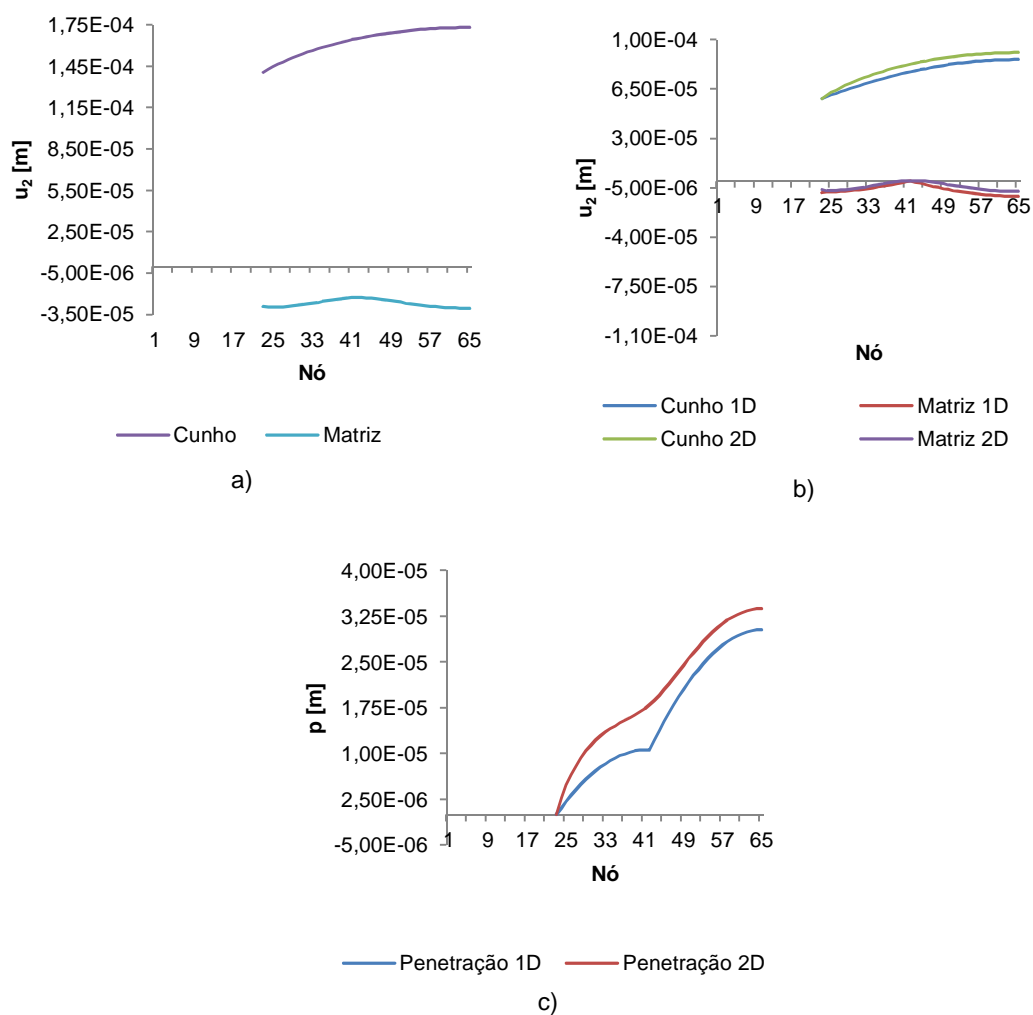


Figura 5.14 - Curvas da combinação AS2/AI2, para $a = 1.05$ m: a) Deformadas com modelo 2D; b) Deformadas com modelos 1D e 2D; c) Valores da penetração para os modelos 1D e 2D

Os valores da oscilação da penetração da Figura 5.14 c) são $\omega = 3.03E-5$ m e $\omega = 3.38E-5$ m (Tabela 5.3) para as modelações numéricas 1D e 2D, respetivamente.

A Figura 5.15 mostra o gráfico da oscilação ou do erro de quinagem para as modelações unidimensional e bidimensional da combinação AS2/AI2 e para os vários comprimentos de quinagem testados.

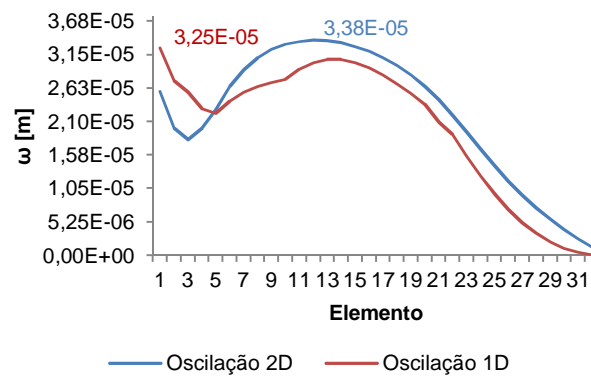


Figura 5.15 - Curvas de oscilação da combinação AS2/AI2 para vários comprimentos de quinagem

5.6. Discussão dos resultados

Para analisar os resultados demonstrados na Tabela 5.1, calcularam-se os desvios relativos das oscilações que resultaram da análise das modelações unidimensionais das combinações e das que resultaram da otimização dos modelos unidimensionais das mesmas, em relação às obtidas no artigo [13], através de $\frac{|y_{num} - y_{anal}|}{y_{anal}} \times 100$. A Tabela 5.9 mostra esses desvios.

Tabela 5.9 - Desvios das oscilações obtidas com os modelos numéricos 1D relativamente ao modelo analítico [13]

	Desvios relativos	
	Análise 1D	Otimização 1D
AS1/AI1 com os pinos horizontais	2.00%	3.63%
AS1/AI1 com pinos verticais	0.75%	1.68%
AS1/AI2	3.52%	5.36%
AS2/AI1	0.18%	1.33%
AS2/AI2	5.52%	2.05%

Observa-se, através da Tabela 5.9, que os desvios relativos são bastante baixos, o que leva a concluir que os modelos unidimensionais, numérico e analítico, estão muito próximos e, portanto, consistentes.

Da Tabela 5.1 conclui-se também que o melhor caso, tanto para a parte de análise como para a de otimização, é a combinação AS1/AI1 ($\omega = 1.42\text{E-}5$ m e $\omega^0 = 1.44\text{E-}5$ m, respetivamente) e o pior caso a AS2/AI2 ($\omega = 3.25\text{E-}5$ m e $\omega^0 = 3.14\text{E-}5$ m, respetivamente).

Quanto aos valores das oscilações das penetrações, a Tabela 5.10 compara os modelos numéricos 1D e 2D construídos com as variáveis de projeto retiradas de [13], calculando também o desvio relativo ao modelo numérico 1D, pela equação $\frac{|y_{num2D} - y_{num1D}|}{y_{num1D}} \times 100$.

Tabela 5.10 – Oscilações em 1D e 2D e desvios relativos

	Oscilação [m]		
	2D	1D	Desvio relativo
AS1/AI1 com pinos horizontais	1.71E-05	1.42E-05	20.71%
AS1/AI1 com pinos verticais	1.81E-05	1.84E-05	1.94%
AS1/AI2	2.89E-05	2.65E-05	9.02%
AS2/AI1	3.28E-05	2.81E-05	16.68%
AS2/AI2	3.38E-05	3.25E-05	3.90%

Como se verifica na Tabela 5.10, também na modelação numérica 2D, a combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais continua a ser o melhor caso ($\omega = 1.71\text{E-}5$ m) e a combinação AS2/AI2 o pior ($\omega = 3.38\text{E-}5$ m). Contudo, analisando os desvios relativos, observa-se que dois deles possuem valores bastante elevados, nomeadamente, os que dizem respeito às combinações AS1/AI1 com os pinos horizontais (20.71%) e AS2/AI1 (16.68%). Esses valores são explicados através das curvas das deformadas de cada uma dessas combinações, para o carregamento onde a oscilação da penetração é máxima, ou seja, as Figuras 5.5 e 5.11. Nas figuras referidas, o paralelismo entre as curvas das deformadas da matriz e as curvas da deformada do cunho na modelação em 2D é menor que o verificado na modelação em 1D. Este menor paralelismo resulta numa maior amplitude nas curvas da penetração para modelação 2D e, conseqüentemente, um maior afastamento face ao resultado 1D.

Observando a Tabela 5.10, deduz-se que é o avental inferior AI1 que promove os maiores desvios relativos e, por isso, compararam-se, através das figuras seguintes, os deslocamentos verticais dos aventais inferiores para o melhor caso (AI1 com os pinos verticais) e para o pior caso (AI1 com os pinos horizontais), para ser feito o contraste entre as situações.

As Figura 5.16 e 5.17 estabelecem comparação entre as deformadas da modelação em 1D, em 2D na fibra de contacto com a chapa e em 2D na linha neutra para as combinações AS1/AI1 com pinos verticais e AS1/AI1 com os pinos horizontais, respetivamente, com $a = 1.6$ m. Para

além disso, essas figuras permitem comparar entre si as deformadas de cada situação, para cada combinação.

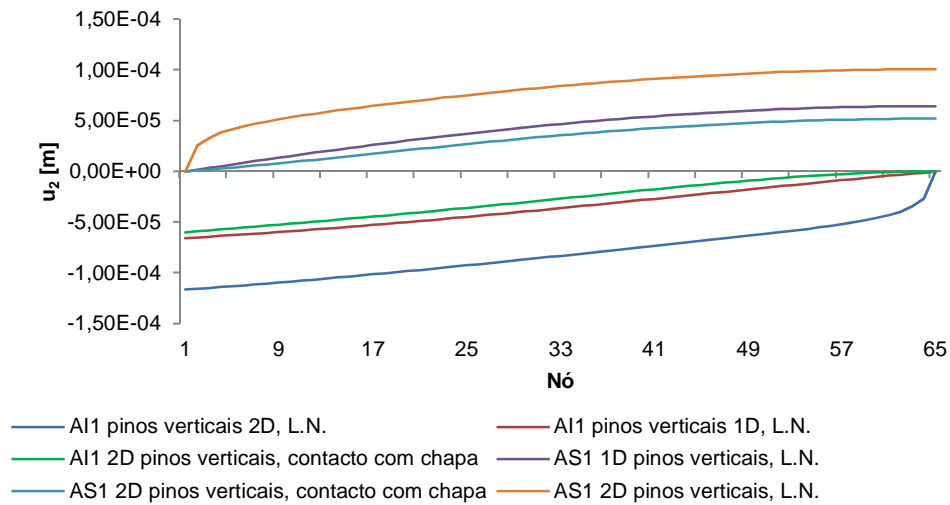


Figura 5.16 - Comparação entre as curvas das deformadas para a combinação AS1/AI1 com pinos verticais

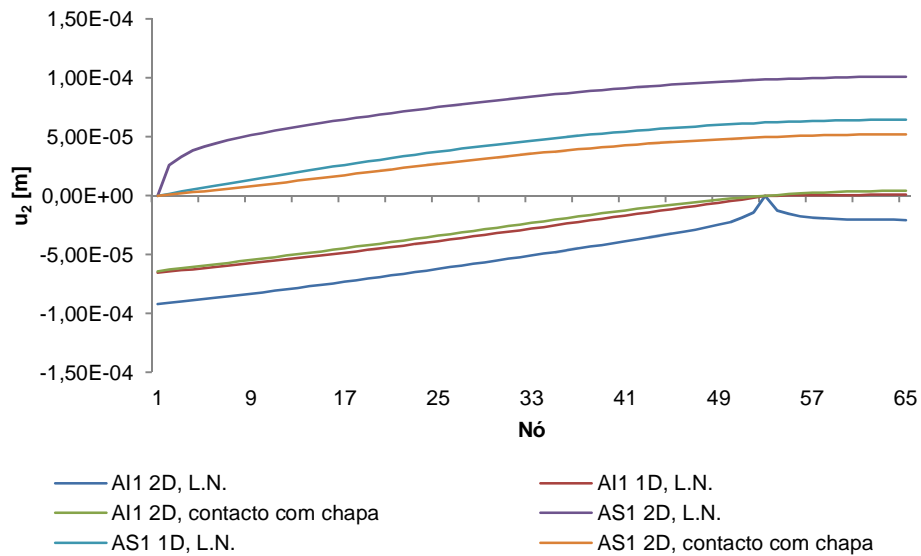


Figura 5.17 - Comparação entre as curvas das deformadas para a combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais

As Figuras 5.18 e 5.19 representam as curvas de penetração que resultam das deformadas explicitadas nas Figuras 5.16 e 5.17.

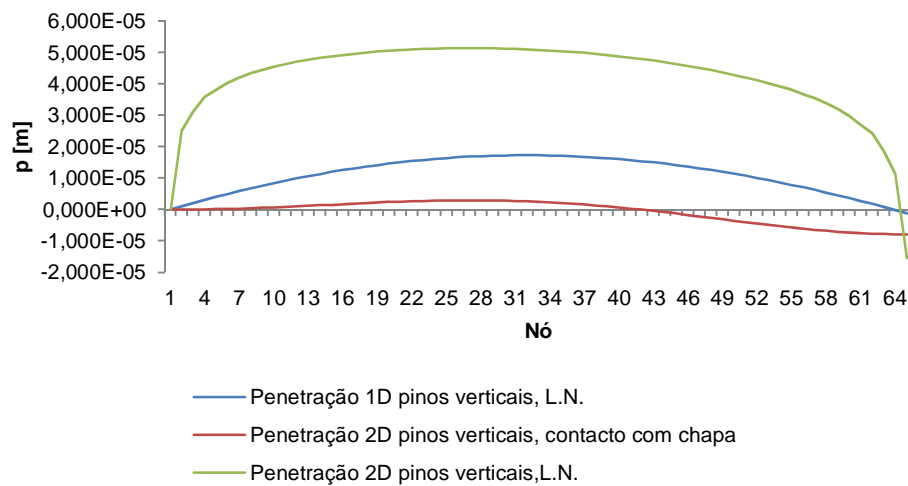


Figura 5.18 - Comparação entre as curvas de penetração para a combinação AS1/AI1 com pinos verticais

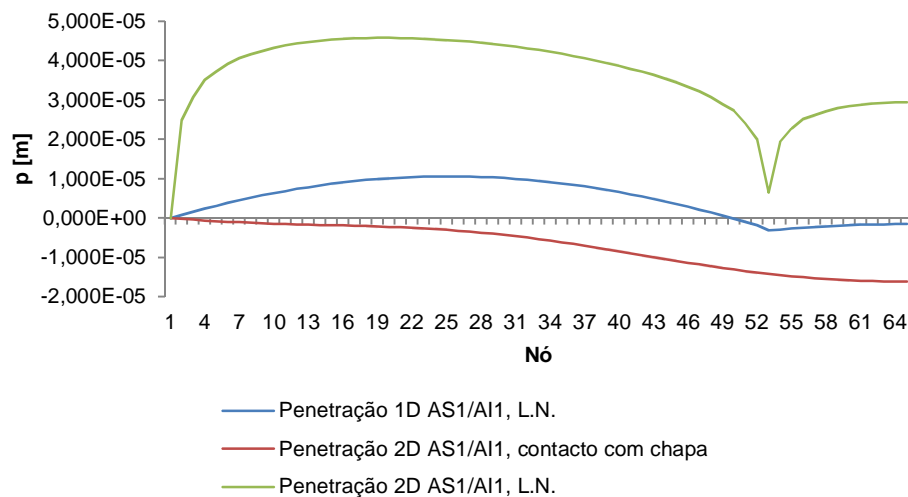


Figura 5.19 - Comparação entre as curvas de penetração para a combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais

Como se pode observar nas quatro figuras anteriores, as curvas de deformação e de penetração das linhas neutras na modelação em 1D e em 2D, para as combinações AS1/AI1 com pinos verticais e AS1/AI1 com os pinos horizontais, são bastante diferentes, o que explica que, quer para a situação de maior comprimento de quinagem, quer para a situação de comprimento de quinagem correspondente à maior oscilação, esta possa apresentar valores com uma diferença significativa. Para além disso, o facto de as maiores oscilações nas modelações em 1D e nas modelações em 2D não ocorrerem para o mesmo comprimento de

quinagem (à exceção da combinação AS1/AI2), contribui, também, para os desvios encontrados entre os dois tipos de modelação.

Verifica-se, pela observação das curvas das oscilações das penetrações, que, no caso da modelação unidimensional, apenas na combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais a maior oscilação não coincide com a situação de maior carregamento ($L = 1.6$ m), ao contrário das combinações modeladas em 2D, em que só na combinação AS1/AI2 a situação de maior carregamento coincidiu com a de maior oscilação.

Capítulo 6

Otimização estrutural

A otimização estrutural consiste em determinar os valores ótimos de um conjunto de parâmetros de uma estrutura (as variáveis de projeto) de modo a minimizar ou maximizar uma função objetivo sem violar determinados constrangimentos impostos. De uma forma geral, existem três tipos de otimização estrutural: dimensional, de forma e topológica [35].

Num problema de otimização dimensional, as variáveis de projeto são as dimensões dos elementos de uma estrutura, tipicamente, as dimensões das secções transversais dos mesmos. Durante o processo de otimização essas dimensões são alteradas de forma a tornar a estrutura mais eficiente para um determinado objetivo, mas a forma e a topologia da estrutura mantêm-se inalteradas.

Na otimização de forma, a topologia da estrutura que se pretende otimizar está predefinida, mas considera-se que a fronteira delimitadora do domínio que esta ocupa é variável e pode ser definida por um conjunto de pontos, uma linha ou uma superfície. As variáveis de projeto são, então, as coordenadas de posição desses pontos ao longo da fronteira, pretendendo-se posicioná-los com o objetivo de tornar a estrutura mais eficiente.

A otimização topológica é a única em que a topologia varia. Este tipo de otimização faz uma distribuição racional do material disponível num domínio fixo. A existência ou não de material numa determinada localização é controlada por variáveis booleanas, em que 0 indica a ausência de material e 1 indica a existência de material.

Existem dois métodos de otimização, os baseados no gradiente e os não baseados no gradiente.

Os métodos baseados no gradiente podem ser divididos em dois grupos, os métodos indiretos (ou analíticos), caracterizados pela aplicação de técnicas analíticas de otimização que envolvem a resolução de um sistema de equações cujas soluções satisfazem as condições de otimalidade, e os métodos diretos (ou numéricos), que começam com uma solução que representa uma estimativa inicial do ponto ótimo e, por meio de um processo iterativo, as soluções subsequentes vão sendo melhoradas até que as condições de otimalidade sejam satisfeitas. O Método do Declive mais Acentuado (*Steepest Descent Method*), o Método do Gradiente Conjugado (*Conjugated Gradient Method*) e o Método de Newton (*Newton Method*) são exemplos de métodos numéricos baseados no gradiente.

Os métodos de otimização não baseados no gradiente assumem importância quando as funções e variáveis do problema a otimizar não são contínuas ou diferenciáveis. Existem diversos métodos não baseados no gradiente para resolver este tipo de problemas, tais como, o Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*), a Pesquisa Tabu (*Tabu Search*), a Pesquisa Dispersa (*Scatter Search*) e os Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms*), sendo o último o utilizado nesta dissertação. A este conjunto de técnicas dá-se o nome de Meta-Heurísticas e podem ser definidas como processo iterativos de geração de soluções, que utilizam uma ou mais heurísticas subordinadas, combinando diferentes conceitos de pesquisa e exploração do espaço de soluções. Estas têm um espectro de aplicação bastante alargado, nomeadamente, nas Ciências Sociais, na Física, na Biologia, na Mecânica Estrutural, entre outras áreas científicas.

Os Algoritmos Genéticos são inspirados na teoria da evolução das espécies de Charles Darwin, que afirma que, numa determinada população de indivíduos, apenas aqueles com um determinado conjunto de características desejáveis conseguem sobreviver e reproduzir-se, passando essa afirmação genética à descendência seguinte, enquanto aqueles que não possuem essas características não sobrevivem o tempo suficiente para se reproduzirem. No caso dos AG, a população é constituída por *strings* designadas por cromossomas que, por sua vez, são constituídos por genes. Cada cromossoma corresponde a um indivíduo que representa, em código binário, uma das soluções possíveis para um dado problema de otimização. A recombinação de cromossomas é levada a cabo por cruzamentos entre eles e mutações de um ou mais genes e a procura da solução é guiada pelos resultados da avaliação da função objetivo de cada indivíduo na população. Aos indivíduos que originam um melhor valor da função objetivo é atribuída uma maior probabilidade de seleção para se reproduzirem [42], ao contrário daqueles que resultam em piores soluções, aos quais é atribuída menor probabilidade de serem selecionados e, conseqüentemente, de se reproduzirem e da sua informação genética aparecer em gerações futuras. A descendência resultante substitui os indivíduos que a geraram. A Figura 6.1 apresenta o fluxograma do AG com o processo descrito anteriormente.

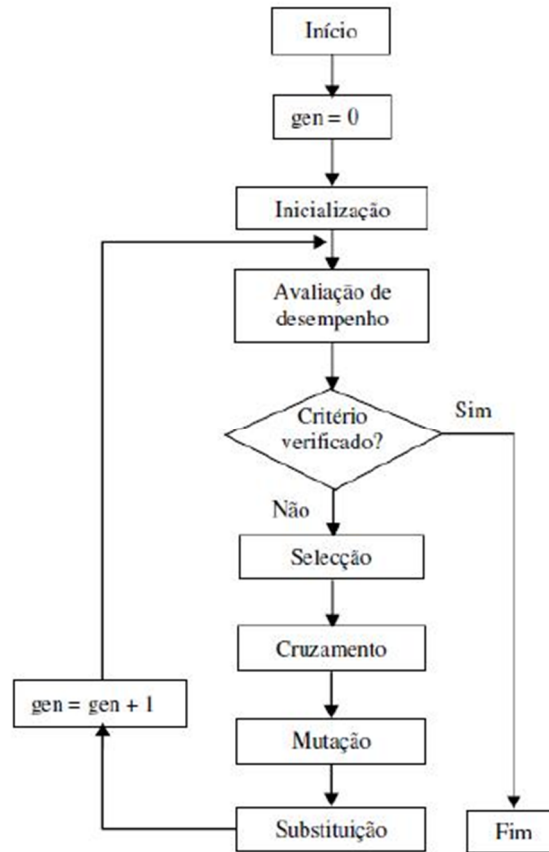


Figura 6.1 - Fluxograma do AG [35]

Como foi dito, cada cromossoma, a , é constituído por k genes que codificam variáveis; o cromossoma, representado pelo vetor $a = (a_1, \dots, a_k)$, codifica um conjunto de variáveis de projeto $x = (x_1, \dots, x_n)$. Ao codificarem-se n variáveis num cromossoma, existem genes específicos atribuídos a cada uma das variáveis. A cada conjunto de genes que codificam uma variável x_i dá-se o nome de segmento i . Considerando-se o cromossoma a dividido em n segmentos de comprimento k' , tal que $k = n \times k'$, explica-se, em seguida, o processo de decodificação de cada segmento i , representado pelos genes $a_{i1}, \dots, a_{ik'}$.

Começa-se por converter o segmento i binário num número inteiro positivo z_i , aplicando a equação (6.1):

$$z_i = \sum_{j=0}^{k'-1} a_{i(k'-j)} \times 2^j \quad (6.1)$$

O maior inteiro que um cromossoma com k genes consegue codificar é $2^k - 1$ e o maior número de inteiros que consegue codificar é de 2^k .

Com z_i determinado, este pode ser transformado no valor real da variável de projeto x_i , através da equação (6.2):

$$x_i = u_i + \frac{v_i - u_i}{2^{k_i} - 1} \times z_i \quad (6.2)$$

em que o u_i e o v_i são extremos do intervalo de variação da variável x_i , a que correspondem os segmentos com todos os genes iguais a zero e iguais a um, respetivamente.

A estimativa do número b de genes a atribuir à variável de projeto x_i pode ser feita com base no cálculo de uma resolução A_c pretendida para o intervalo daquela variável, como mostra a equação (6.3):

$$2^b = \frac{(v_i - u_i)}{A_c} + 1 \quad (6.3)$$

A ferramenta de otimização baseada em AG utilizada nesta dissertação é a GAtool (*Genetic Algorithms tool*), inserida no *software* MATLAB¹. Esta ferramenta permite controlar todos os parâmetros essenciais desta meta-heurística, bem como as suas probabilidades de ocorrência, tais como, o número de indivíduos de uma população, o método de classificação do melhor valor, a seleção, a reprodução, o cruzamento e a mutação.

Para a avaliação da função objetivo foi utilizado, novamente, o *software* ANSYS.

A Figura 6.2 demonstra o fluxograma utilizado para todos os processos de otimização na presente dissertação.

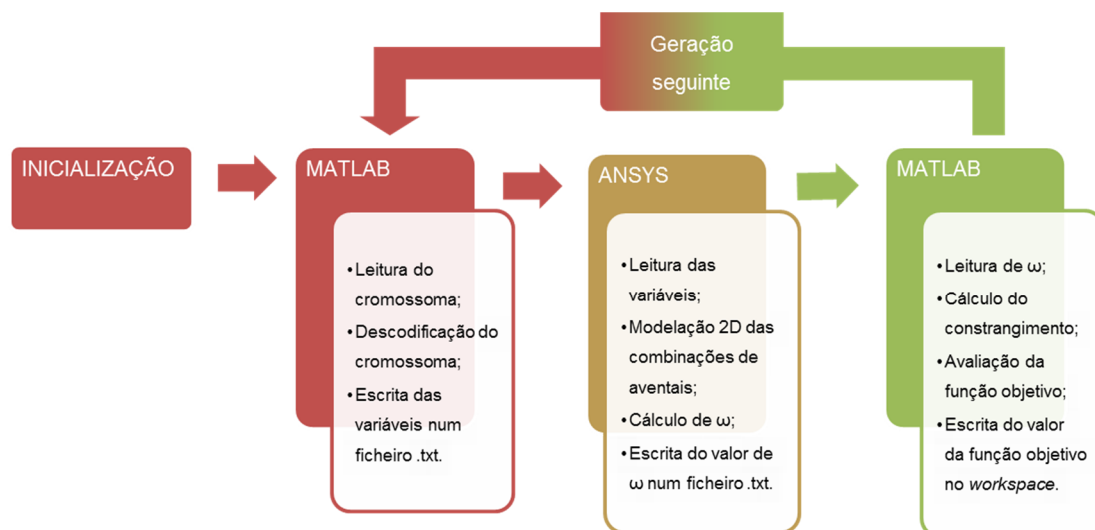


Figura 6.2 - Fluxograma do processo de otimização

¹ <http://www.mathworks.com/products/matlab/>

Nos subcapítulos seguintes aplicam-se dois dos três tipos de otimização às combinações de aventais modeladas numericamente em 2D, nomeadamente, a otimização dimensional e a topológica, formulando-se os respetivos problemas de otimização. Faz-se, também, a otimização topológica de quatro estudos de caso.

6.1. Otimização dimensional das combinações modeladas

Neste subcapítulo, formula-se o problema de otimização dimensional de minimização do erro de quinagem e explicam-se alguns pormenores acerca da mesma quanto à sua aplicação nas combinações de aventais.

As combinações de aventais otimizadas foram as modeladas no capítulo 4, representadas na Figura 4.2, e as suas modelações numéricas em 2D foram elaboradas da mesma forma. Mantiveram-se, também, os mesmos parâmetros de projeto s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 , s_6 , s_7 e s_8 .

Para a descodificação do cromossoma que codifica os parâmetros de projeto s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 , s_6 e s_7 , foram utilizadas as equações (6.1) e (6.2).

Para o cálculo do número de genes codificadores experimentaram-se várias estratégias utilizando a equação (6.3), tais como, usar um número de genes codificadores fixo, e calcular-se a resolução A_c , e impor uma resolução na ordem de grandeza 1 mm. As Tabelas 6.1 e 6.2 apresentam os intervalos dos parâmetros de projeto, as resoluções e o número de genes utilizados para cada uma das estratégias.

Tabela 6.1 - Intervalos, resoluções e número de genes codificadores com A_c na ordem de grandeza 0.001 m

Variável	Intervalo [m]		Nº de genes codificadores	Resoluções [m]
s_1 e s_3	0.001	1.6	10	0.00156
s_2	0.001	0.09	6	0.00141
s_4 e s_5	0.001	0.07	6	0.00110
s_6	0.001	0.13	7	0.00102
s_7	0.001	0.6	9	0.00117

Tabela 6.2 - Intervalos, resoluções e número de genes codificadores, estando os últimos fixos

Variável	Intervalo		Nº de bits codificadores	Resoluções [m]
s_1 e s_3	0,001	1,6	6	0,02538
s_2	0,001	0,09	6	0,00141
s_4 e s_5	0,001	0,07	6	0,00110
s_6	0,001	0,13	6	0,00205
s_7	0,001	0,6	6	0,00951

Como o parâmetro de projeto s_8 não é uma variável contínua, mas sim discreta, não aplica a equação (6.3) para a determinação do número de genes que a codifica, utilizando-se por isso um procedimento diferente. Nesse procedimento, cada número decodificado a partir dos genes respeitantes ao parâmetro s_8 corresponde a uma posição do pino de apoio do AI, definindo-se para isso uma linha de nós devidamente ordenados de 164 a 228, para conseguir controlar onde o pino fica. Como se sabe à partida, do documento [13], que os melhores valores da função objetivo correspondem às soluções em que a posição do pino de apoio está numa posição mais central do avental, para a estratégia da Tabela 6.1, utilizou-se o intervalo de nós $s_8 \in [197;228]$, e portanto, cinco genes codificadores de cada posição do pino, poupando assim esforço computacional. Para a estratégia da Tabela 6.2, utilizaram-se seis genes para codificar o parâmetro s_8 , fazendo com que a cada número decodificado correspondesse um nó, ou seja $s_8 \in [164;228]$

Numa tentativa de obter os melhores valores da função objetivo, realizaram-se otimizações das combinações com os parâmetros de projeto limitados, para que os extremos inferiores u_i e os extremos superiores v_i , não se afastassem muito dos valores obtidos no documento [13]. Para simplificar o processo de decodificação, utilizou-se o mesmo número de genes na codificação de todos os parâmetros de projeto, excetuando o parâmetro s_8 no qual se mantiveram os cinco genes codificadores. A Tabela 6.3 mostra os valores dos intervalos desses parâmetros de projeto para cada uma das combinações de geometria de aventais utilizadas.

Tabela 6.3 – Novos intervalos, resoluções e número de genes codificadores utilizados

Variável	Combinação	Intervalo [m]		Nº de bits codificadores	Resoluções [m]
s_1	AS1/AI2	1,200	1,400	6	3,175E-03
	Restantes	1,400	1,600	6	3,175E-03
s_2	Todas	0,070	0,090	6	3,175E-04
s_3	AS2/AI1	0,900	1,200	6	4,762E-03
	Restantes	1,200	1,600	6	6,349E-03
s_4	Todas	0,060	0,070	6	1,587E-04
s_5	AS2/AI2	0,040	0,070	6	4,762E-04
	Restantes	0,060	0,070	6	1,587E-04
s_6	Todas	0,120	0,130	6	1,587E-04
s_7	Todas	0,500	0,600	6	1,587E-03

6.1.1. Formulação do problema

A penetração p é dada pela equação (4.3) e a sua dependência nos parâmetros de projeto pode ser explicitada escrevendo $p = p(\mathbf{s}, a, x)$, em que \mathbf{s} corresponde ao conjunto de parâmetros de projeto (s_1, s_2, \dots, s_n), relativos às dimensões da secção transversal dos aventais e à distância ao centro dos pinos de apoio e limitados inferior e superiormente por s_i^- e s_i^+ , respetivamente, a corresponde ao comprimento de quinagem e x é a variável de posição.

A formulação da otimização dimensional pode ser feita da seguinte forma [13]: para um dado carregamento q e um comprimento máximo de quinagem $a = L$, encontra-se o projeto \mathbf{s}^0 de uma máquina quinadora para o qual o máximo da oscilação da função da penetração é mínimo ($\omega(p_{\mathbf{s}^0, a^0})$).

$$\min_{\mathbf{s} \in D_1} \max_{a \in D_2} \omega(p_{\mathbf{s}, a}) \quad (6.4)$$

em que $\omega(p_{\mathbf{s}, a})$ é:

$$\omega(p_{\mathbf{s}, a}) = \max_{x \in D_0} p(\mathbf{s}, a, x) - \min_{x \in D_0} p(\mathbf{s}, a, x) \quad (6.5)$$

e os domínios das variáveis são:

$$\begin{aligned} D_0 &= \{x \in \mathcal{R}\} \\ D_1 &= \{\mathbf{s} \in \mathcal{R}^n : s_i^- \leq s_i \leq s_i^+, i = 1, \dots, n\} \\ D_2 &= \left\{a \in \mathcal{R} : 0 \leq a \leq \frac{L}{2}\right\} \end{aligned} \quad (6.6)$$

Como é possível observar na formulação apresentada na equação (6.4) este problema de otimização é não constrangido, ou seja, não existem constrangimentos de qualquer tipo para a função objetivo.

No capítulo 7 apresentam-se os resultados obtidos resolvendo este problema de otimização dimensional.

6.2. Otimização topológica – Estudos de caso

O presente subcapítulo serve para testar e mostrar a viabilidade do uso da GATool na otimização topológica de estruturas. Para esse efeito, foram modelados e otimizados, quanto à flexibilidade (*compliance*), quatro estudos de caso cujas soluções ótimas são já conhecidas, através de otimizações que utilizam métodos baseados no gradiente (métodos determinísticos, neste caso o SIMP, *Solid Isotropic Material with Penalisation*), comparando-se, posteriormente, ambos os métodos.

Todos os estudos de caso são constituídos por elementos planos de oito nós, já apresentados na Figura 3.16, e têm uma carga concentrada aplicada de 100000 N.

A primeira estrutura, designada de arco de ponte, consiste numa viga simplesmente apoiada, com a carga concentrada aplicada na fibra extrema inferior, a meio vão. Esta é constituída por 100 elementos, 341 nós e 319 graus de liberdade.

A segunda estrutura, designada por estrutura com carga dupla, consiste numa viga também simplesmente apoiada, na qual existem duas cargas concentradas, embora seja visível apenas a que está aplicada na fibra extrema superior, no nó 12 (contando a partir da esquerda) devido à condição de simetria definida no ANSYS a meio vão da estrutura. Esta, tal como a Estrutura 1, é constituída por 100 elementos, 341 nós e 319 graus de liberdade.

A terceira estrutura, designada por viga simplesmente apoiada, consiste numa viga mais comprida, simplesmente apoiada, na qual a carga concentrada está aplicada na fibra extrema superior a meio vão. Esta é constituída por 108 elementos, 373 nós e 732 graus de liberdade.

A quarta estrutura, designada por viga em consola, consiste numa viga em consola, na qual a carga concentrada está aplicada na fibra extrema inferior, na extremidade oposta ao encastramento. Esta é constituída por 104 elementos, 355 nós e 678 graus de liberdade.

Na Figura 6.3 apresentam-se os quatro estudos de caso a otimizar.

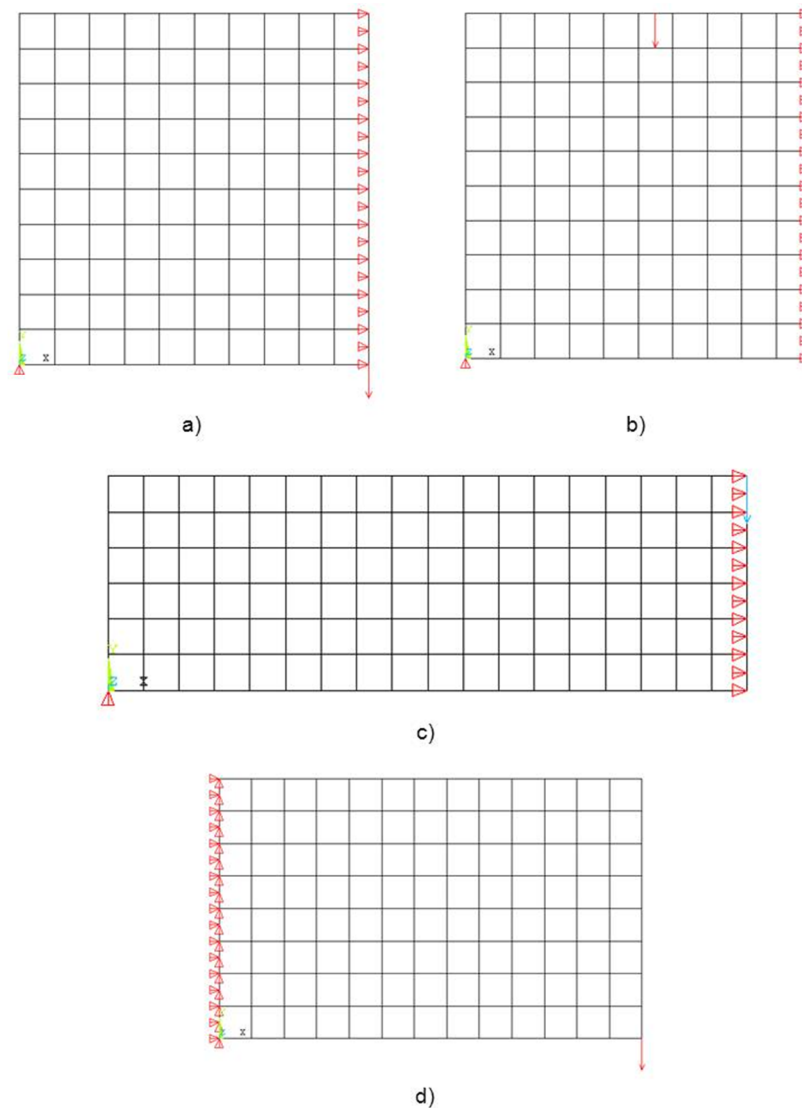


Figura 6.3 - Casos de estudo: a) Arco de ponte; b) Estrutura com carga dupla; c) Viga simplesmente apoiada; d) Viga em consola

Como nesta otimização topológica as variáveis são de carácter discreto, cada gene do cromossoma codifica um elemento finito quanto à existência ou não de material no mesmo, atribuindo-lhe 1 ou 0, respetivamente, consoante a necessidade de existir ou não material nessa localização. A atribuição das propriedades do material é feita no *software* ANSYS, de acordo com o cromossoma gerado pelo *software* MATLAB, através de um operador lógico *IF.

Como o *software* ANSYS não consegue produzir elementos finitos vazios de material, esse efeito é conseguido criando um Módulo de Young comparativamente muito baixo ($E_2 = 200 \text{ Pa}$) em relação ao utilizado para a situação de existência de material ($E_1 = 200\text{E}9 \text{ Pa}$).

6.2.1. Formulação do problema

Como foi dito anteriormente, num problema de otimização topológica, e neste caso em concreto, de minimização da flexibilidade, apenas as dimensões do domínio de projeto, as condições de fronteira, as cargas aplicadas e o volume máximo de material admissível são definidos inicialmente. A Figura 6.4 apresenta um domínio de projeto com volume Ω , força aplicada f , um carregamento exterior distribuído t na fronteira Γ_T assim como os deslocamentos impostos ao longo da fronteira Γ_U .

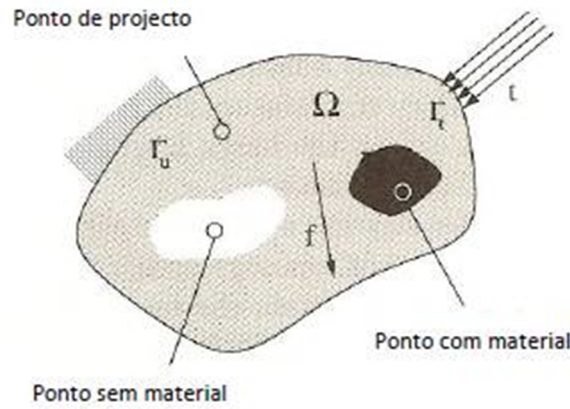


Figura 6.4 - Domínio de projeto, adaptado de [43]

Com base na Figura 6.4, resolve-se o problema de otimização topológica de minimização da flexibilidade, considerando-se que existe um tensor de rigidez E_{ijkl} variável ao longo de todo o domínio de projeto Ω . Utilizando o princípio dos trabalhos virtuais e deslocamentos virtuais:

$$W_{Ext_v}(u_v) = W_{Int_v}(u_r, u_v) \quad (6.7)$$

$$\int_{\Omega} f u_v d\Omega + \int_{\Gamma_T} t_r u_v d\Gamma_T = \int_{\Omega} \sigma_{kl_r} \varepsilon_{kl_v}(u_v) d\Omega \quad (6.8)$$

pela Lei de Hooke:

$$\int_{\Omega} f u_v d\Omega + \int_{\Gamma_T} t_r u_v d\Gamma_T = \int_{\Omega} E_{ijkl} \varepsilon_{ij_r}(u_r) \varepsilon_{kl_v}(u_v) d\Omega \quad (6.9)$$

onde u_v são os deslocamentos virtuais, u_r os deslocamentos provocados pelas forças “reais” t_r aplicadas, f força volúmica em Ω , σ_{kl_r} e $\varepsilon_{ij_r}(u_r)$ os estados de tensão e de extensão provocados por t_r e $\varepsilon_{kl_v}(u_v)$ as extensões provocadas pelo deslocamento virtual.

Tendo em conta o tensor das deformações de Cauchy:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta u_i}{\delta x_j} + \frac{\delta u_j}{\delta x_i} \right) \quad (6.10)$$

e sabendo que o trabalho das forças exteriores é igual a:

$$W_{F_{ext_r}}(u_r) = \int_{\Omega} f u_r d\Omega + \int_{\Gamma_T} t_r u_r d\Gamma_T \quad (6.11)$$

o problema de otimização pode ser formulado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min_{u_r \in U} W_{F_{ext_r}}(u_r) \\ \text{s. a: } f_{vol} \leq V^* \end{aligned} \quad (6.11)$$

em que \mathbf{U} representa o conjunto de vetores de deslocamentos admissíveis e f_{vol} representa a fração volúmica de material, que é determinada através de:

$$f_{vol} = \frac{\sum_{i=1} V_i}{V_{tot}} \quad (6.12)$$

6.3. Otimização topológica das combinações modeladas

Também neste subcapítulo, as estruturas a otimizar são as combinações de aventais modeladas no capítulo 4, embora se trate agora de otimização topológica, em vez de dimensional. Devido a isso, $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7$ e s_8 tornam-se dimensões fixas (e atribuídas no *software* MATLAB), sendo agora o Módulo de Young o parâmetro de projeto. A distância do pino de apoio ao centro do avental, s_8 , é igual à encontrada na otimização dimensional para cada combinação. Torna-se também necessário adicionar uma variável h_a , correspondente à altura da alma, para o caso do avental inferior AI2. Para as situações em que, devido à dimensão da aresta dos elementos, não foi possível atribuir-lhe o valor dessa distância, colocou-se o pino no nó mais próximo. A Figura 6.5 apresenta as dimensões do domínio de otimização Ω para os aventais AS1, AI1 e AI2 que constituem as combinações.

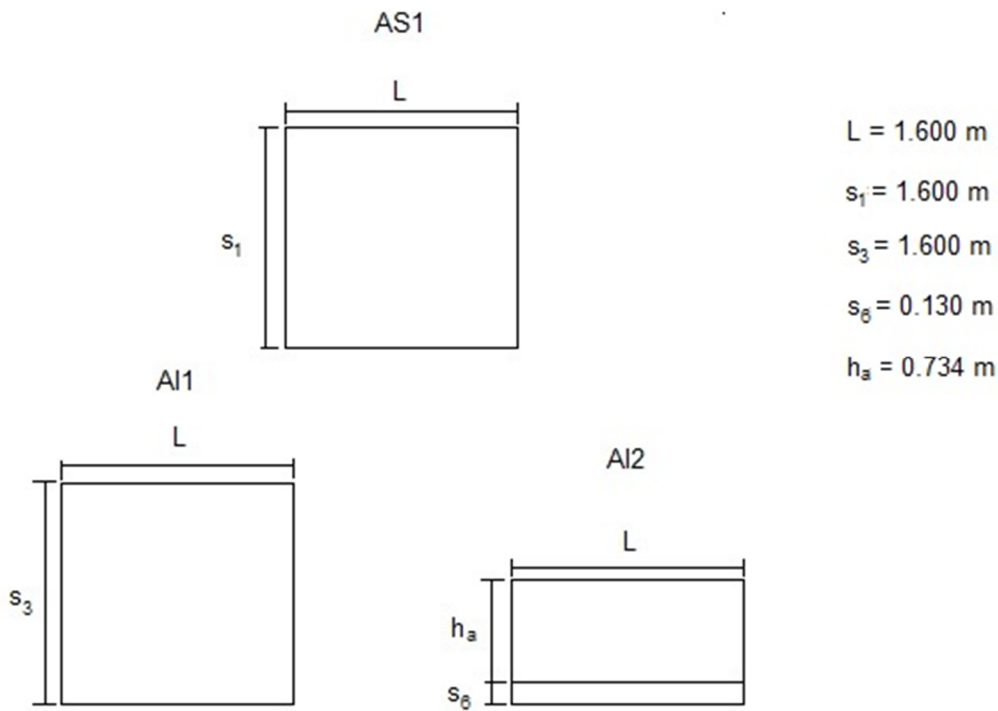


Figura 6.5 - Domínios de projeto dos aventais AS1, ASI1 e AI2

Tal como no subcapítulo 6.2, cada gene do cromossoma codifica um elemento finito, sendo 1 para o caso de este possuir material e 0 para a situação inversa. O método utilizado para a leitura do cromossoma e respetiva atribuição de material foi o mesmo do subcapítulo anterior.

Como a cada elemento corresponde um gene, foi necessário diminuir a resolução da malha utilizada na modelação bidimensional, aumentando o tamanho dos elementos, para se chegar a um bom compromisso entre o tempo de computação e a qualidade da solução encontrada.

6.3.1. Formulação do problema

Tendo em conta que s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 , s_6 , s_7 e s_8 deixaram de ser parâmetros de projeto, torna-se necessário voltar a explicitar a dependência da penetração na nova variável. Assim, tem-se que $p = p(\mathbf{E}, a, x)$, em que \mathbf{E} corresponde ao conjunto de parâmetros de projeto ($E_1 = 200\text{E}9 \text{ Pa}$ e $E_2 = 200 \text{ Pa}$) relativos aos Módulos de Young utilizados para definir a existência ou não de material num elemento finito e_i .

Este problema de otimização foi resolvido com e sem constrangimento. Assim, a formulação deste problema de otimização para os casos em que existe constrangimento é:

$$\begin{aligned} \min_{E \in D_1} \max_{a \in D_2} \omega(p_{E,a}) \\ s. a: f_{vol} \leq V^* \end{aligned} \quad (6.13)$$

em que V^* é a fração volúmica utilizada em cada combinação e expressa pela equação (6.12), e $\omega(p_{E,a})$ corresponde a:

$$\omega(p_{E,a}) = \max_{x \in D_0} p(E, a, x) - \min_{x \in D_0} p(E, a, x) \quad (6.14)$$

e os domínios das variáveis são:

$$\begin{aligned} D_0 &= \{x \in \mathcal{R}\} \\ D_1 &= \{E \in \mathcal{R}: E_1 = 200E_9 \vee E_2 = 200\} \\ D_2 &= \left\{a \in \mathcal{R}: 0 \leq a \leq \frac{L}{2}\right\} \end{aligned} \quad (6.15)$$

Capítulo 7

Resultados da otimização estrutural

Neste capítulo são mostrados os resultados dos problemas de otimização estrutural apresentados no capítulo 6.

O subcapítulo 7.1 diz respeito à otimização dimensional e estabelece comparação entre os resultados das combinações de aventais, comparando-os também com os resultados obtidos no capítulo 5.

O subcapítulo 7.2 corresponde aos resultados das otimizações topológicas dos estudos de caso e das combinações de aventais. Para os quatro estudos de caso mostram-se as topologias que resultaram da otimização topológica e comparam-se com as obtidas através do método SIMP, pretendendo-se com isso testar a solidez da ferramenta GATool do MATLAB na otimização de estruturas. Quanto às combinações de aventais, mostram-se as topologias correspondentes aos melhores valores de erro de quinagem e comparam-se esses valores com os obtidos na otimização dimensional.

As opções escolhidas de valores de parâmetros na ferramenta de AG do MATLAB, GATool, que originaram as melhores soluções foram recolhidas para que se possa perceber o conjunto de valores que apresentaram os melhores resultados. São também apresentados os gráficos do processo de otimização com a evolução dos melhores valores da função objetivo e do cromossoma correspondente ao melhor valor.

7.1. Otimização dimensional das combinações modeladas

Na Tabela 7.1 apresentam-se a oscilação ω e os valores dos parâmetros de projeto s_1 , s_2 , s_3 e s_4 resultantes da otimização da combinação de aventais AS1/AI1 com os pinos verticais ($s_8 = 0$ m), representados pelas Figuras 4.5 e 4.12, bem como as opções escolhidas na GATool.

Tabela 7.1 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais

Resultados [m]	ω	1.60E-05
	s_1	1.598
	s_2	0.090
	s_3	1.483
	s_4	0.069
	s_8	0.000
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	64 (para 32 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Dois pontos
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	51

Na Figura 7.1 mostra-se a curva de evolução do processo de otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais e o cromossoma correspondente ao melhor valor encontrado no mesmo.

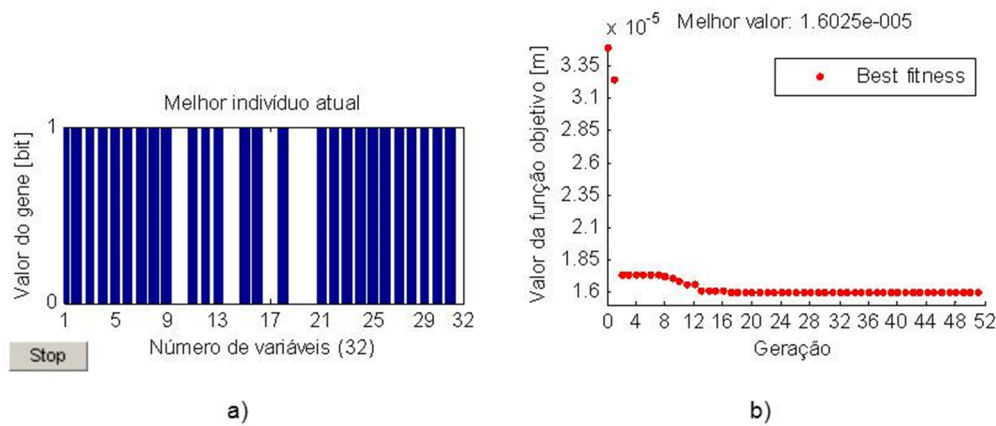


Figura 7.1 - Combinação AS1/AI1 com os pinos verticais: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

A Tabela 7.2 apresenta a oscilação ω e os valores dos parâmetros de projeto s_1 , s_2 , s_3 , s_4 e s_8 resultantes da otimização da combinação de aventais AS1/AI1 com os pinos horizontais, representados pelas Figuras 4.5 e 4.13, bem como, as opções utilizadas na GATool.

Tabela 7.2 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais

Resultados [m]	ω	1.64E-05
	s_1	1.580
	s_2	0.090
	s_3	1.489
	s_4	0.066
	s_8	0.075
Opções da GATool	Tipo de população	Bitstring
	Tamanho da população	80 (para 37 genes)
	Fitness scaling	Rank
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Dois pontos
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	51

A Figura 7.2 apresenta a curva de evolução do processo de otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais e o cromossoma correspondente ao melhor valor encontrado no mesmo.

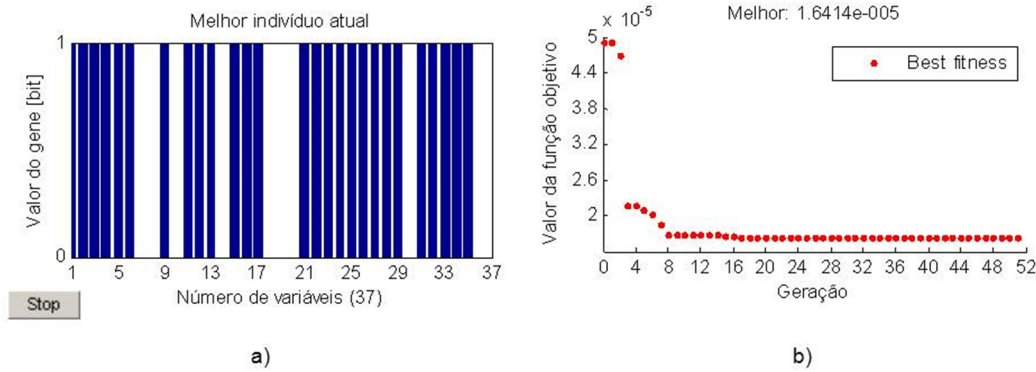


Figura 7.2 - Combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

Na Tabela 7.3 apresentam-se a oscilação ω e os valores dos parâmetros de projeto s_1 , s_2 , s_5 , s_6 , s_7 e s_8 resultantes da otimização da combinação de aventais AS1/AI2, representados pelas Figuras 4.5 e 4.17, bem como, as opções utilizadas na GATool.

Tabela 7.3 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI2

Resultados [m]	ω	2.64E-05
	s_1	1.325
	s_2	0.090
	s_5	0.070
	s_6	0.129
	s_7	0.595
	s_8	0.400
Opções da GATool	Tipo de população	Bitstring
	Tamanho da população	86
	Fitness scaling	Rank
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Disperso
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	51

Na Figura 7.3 mostra-se a curva de evolução do processo de otimização da combinação AS1/AI2 e o cromossoma correspondente ao melhor valor encontrado no mesmo.

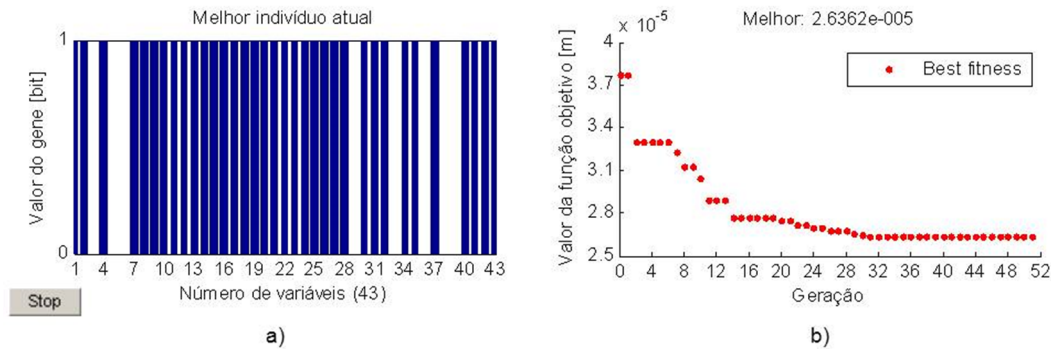


Figura 7.3 - Combinação AS1/AI2: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

A Tabela 7.4 apresenta a oscilação ω e os valores dos parâmetros de projeto s_3 , s_4 e s_8 resultantes da otimização da combinação de aventais AS2/AI1, representados pelas Figuras 4.9 e 4.13, bem como, as opções utilizadas na GATool.

Tabela 7.4 - Resultados e opções da otimização da combinação AS2/AI1

Resultados [m]	ω	2.27E-05
	s_3	1.118
	s_4	0.062
	s_8	0.450
Opções da GATool	Tipo de população	Bitstring
	Tamanho da população	70 (para 18 genes)
	Fitness scaling	Rank
	Seleção	Torneio de 3 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	2
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 1%
	Método de cruzamento	Dois pontos
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	51

A Figura 7.4 apresenta a curva de evolução do processo de otimização da combinação AS2/AI1 e o cromossoma correspondente ao melhor valor encontrado no mesmo.

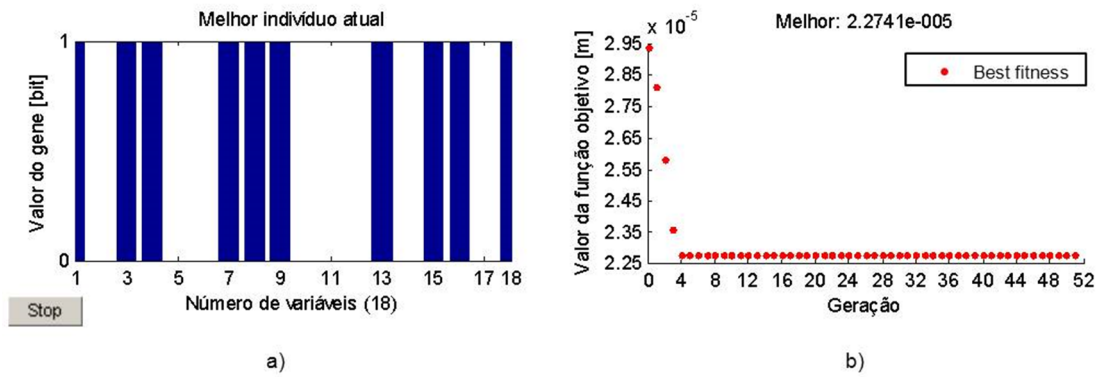


Figura 7.4 - Combinação AS2/AI1: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

Na Tabela 7.5 apresentam-se a oscilação ω e os valores dos parâmetros de projeto s_5 , s_6 , s_7 e s_8 resultantes da otimização da combinação de aventais AS2/AI2, representados pelas Figuras 4.9 e 4.17, bem como, as opções utilizadas na GATool.

Tabela 7.5 - Resultados e opções da otimização da combinação AS2/AI2

Resultados [m]	ω	2.49E-05
	s_5	0.068
	s_6	0.109
	s_7	0.517
	s_8	0.500
Opções da GATool	Tipo de população	Bitstring
	Tamanho da população	54 (para 27 genes)
	Fitness scaling	Proporcional
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 1%
	Método de cruzamento	Dois pontos
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	48

Na Figura 7.5 mostra-se a curva de evolução do processo de otimização da combinação AS2/AI2 e o cromossoma correspondente ao melhor valor encontrado no mesmo.

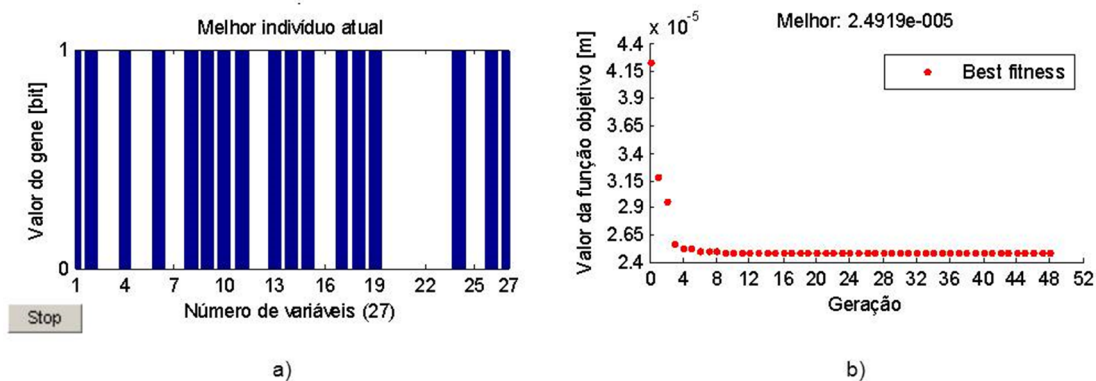


Figura 7.5 - Combinação AS2/AI2: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

7.1.1. Discussão dos resultados

Analisando da tabela 7.1 à 7.5 chega-se à conclusão que as opções escolhidas na GATool que contribuíram para maior sucesso foram as apresentadas na Tabela 7.6.

Através das figuras 7.1 à 7.5, percebe-se que, em todas as otimizações concretizadas, houve convergência da função objetivo para o melhor valor encontrado no processo, tipicamente, à iteração 51.

Tabela 7.6 - Melhores opções para a GATool

Opção da GATool	
Tamanho da população	$\approx 2^* \text{ n}^\circ \text{ de genes do indivíduo}$
<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
Seleção	Torneio de 2 indivíduos
Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1 ou 2
Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
Método de cruzamento	2 pontos
Fração de cruzamento	0.8

Para resumir os resultados das otimizações dimensionais, quanto à oscilação e aos parâmetros de projeto, e comparar as combinações de aventais, apresenta-se a Tabela 7.7.

Tabela 7.7 - Resultados das otimizações dimensionais

Combinação	s_1 [m]	s_2 [m]	s_3 [m]	s_4 [m]	s_5 [m]	s_6 [m]	s_7 [m]	s_8 [m]	ω [m]
AS1/AI1 com pinos verticais	1.598	0.090	1.483	0.069	-	-	-	0.000	1.60E-05
AS1/AI1 com pinos horizontais	1.580	0.090	1.489	0.066	-	-	-	0.075	1.64E-05
AS2/AI1	-	-	1.118	0.062	-	-	-	0.450	2.27E-05
AS2/AI2	-	-	-	-	0.068	0.109	0.517	0.500	2.49E-05
AS1/AI2	1.325	0.090	-	-	0.070	0.129	0.595	0.400	2.64E-05

Como se pode observar na Tabela 7.7, houve uma melhoria das oscilações para as combinações AS1/AI1 com os pinos verticais, AS2/AI1 e AS2/AI2, quando comparadas com os valores expressos em [13] (Tabela 5.1 e 5.2), ao passo que as combinações AS1/AI1 e AS1/AI2 pioraram. O melhor valor de oscilação conseguido foi para a combinação AS1/AI1 com os pinos verticais ($\omega = 1.603\text{E-}05$ m), seguida da combinação AS1/AI1 com pinos horizontais ($\omega = 1.641\text{E-}05$ m). O pior caso foi o da combinação AS1/AI2 ($\omega = 2.636\text{E-}05$ m).

Comparando as posições das combinações nas Tabelas 5.3 e 7.7, nota-se que há uma modificação na ordem das mesmas quanto à oscilação, nomeadamente, na combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, que era a segunda melhor combinação, tornou-se agora a melhor, e na combinação AS1/AI2, que era a terceira melhor situação, ficou agora como pior caso. A Tabela 7.8 apresenta os desvios relativos entre as oscilações das análises às combinações modeladas em 2D da Tabela 5.10 e as da Tabela 7.7, tendo as primeiras como referência.

Tabela 7.8 - Comparação entre as oscilações das análises em 2D (retirados da Tabela 5.3) e as resultantes da otimização com o modelo numérico 2D

Combinação	ω [m]		
	Otimização dimensional	Análise bidimensional	Desvios relativos
AS1/AI1 com pinos verticais	1.60E-05	1.81E-05	11.37%
AS1/AI1 com pinos horizontais	1.64E-05	1.71E-05	4.09%
AS2/AI1	2.27E-05	3.28E-05	30.76%
AS2/AI2	2.49E-05	3.38E-05	26.21%
AS1/AI2	2.64E-05	2.89E-05	8.75%

Constata-se, através da Tabela 7.8, que todas as combinações de aventais tiveram melhorias significativas quanto à oscilação da penetração. Esse facto deve-se à diferença existente entre os valores dos parâmetros de projeto utilizados nas análises (provenientes da otimização analítica com o modelo de linha neutra do documento [13]) e os encontrados nas otimizações dimensionais. A Tabela 7.9 apresenta os parâmetros de projeto utilizados nas análises das modelações em 2D e os que resultaram da otimização dimensional.

Tabela 7.9 - Parâmetros de projeto [m] utilizados nas análises em 2D e resultantes da otimização dimensional

Combinação		s_1 [m]	s_2 [m]	s_3 [m]	s_4 [m]	s_5 [m]	s_6 [m]	s_7 [m]	s_8 [m]
AS1/AI1 com pinos verticais	Análises 2D	1.600	0.090	1.560	0.070	-	-	-	0.000
	Otimização dimensional	1.598	0.090	1.483	0.069	-	-	-	0.000
AS1/AI1 com pinos horizontais	Análises 2D	1.600	0.090	1.375	0.070	-	-	-	0.300
	Otimização dimensional	1.580	0.090	1.489	0.066	-	-	-	0.075
AS1/AI2	Análises 2D	1.379	0.090	-	-	0.070	0.130	0.600	0.425
	Otimização dimensional	1.325	0.090	-	-	0.070	0.129	0.595	0.400
AS2/AI1	Análises 2D	-	-	0.950	0.070	-	-	-	0.575
	Otimização dimensional	-	-	1.118	0.062	-	-	-	0.450
AS2/AI2	Análises 2D	-	-	-	-	0.470	0.130	0.600	0.575
	Otimização dimensional	-	-	-	-	0.068	0.109	0.517	0.500

Na Tabela 7.10 comparam-se os valores das oscilações obtidos nas otimizações dimensionais com e sem as limitações nos intervalos dos parâmetros de projeto, explicadas no subcapítulo 6.1 e apresentadas pela Tabela 6.3.

Tabela 7.10 - Comparação entre os valores das oscilações com e sem limitação nos intervalos dos parâmetros de projeto

ω das otimizações dimensionais [m]			
Combinação	Sem limitação	Com limitação	Desvios relativos
AS1/AI1 pinos verticais	1.60E-05	1.60E-05	0.00%
AS1/AI1 pinos horizontais	1.64E-05	1.60E-05	-2.68%
AS2/AI1	2.27E-05	2.29E-05	0.72%
AS2/AI2	2.49E-05	2.33E-05	-6.46%
AS1/AI2	2.64E-05	2.51E-05	-4.88%

Observa-se na Tabela 7.10 que, com a limitação dos parâmetros de projeto, o melhor valor de oscilação é relativo à combinação AS1/AI1 com pinos horizontais, embora tenha um desvio de 2.68%, quando comparado ao valor da oscilação da otimização sem limitação nos parâmetros.

Como se pode verificar, apesar da limitação dos intervalos dos parâmetros de projeto, existe bastante proximidade entre os valores das oscilações da penetração, sendo o maior desvio relativo (6.46%) pertencente à combinação AS2/AI1. Esta proximidade é explicada pela semelhança entre os valores dos parâmetros de projeto da otimização com e sem limitação dos intervalos, excetuando o parâmetro s_8 , onde parece existir maiores diferenças, que servem para justificar a pouca discrepância entre as otimizações. A Tabela 7.11 demonstra a proximidade entre os valores dos parâmetros de projeto das otimizações com e sem limitação dos intervalos dos mesmos.

Tabela 7.11 - Comparação entre valores de parâmetros de projeto com e sem limitação nos intervalos

Combinação		s_1 [m]	s_2 [m]	s_3 [m]	s_4 [m]	s_5 [m]	s_6 [m]	s_7 [m]	s_8 [m]
AS1/AI1 com pinos verticais	Com limitação	1.598	0.090	1.483	0.069	-	-	-	0.000
	Sem limitação	1.598	0.090	1.483	0.069	-	-	-	0.000
AS1/AI1 com pinos horizontais	Com limitação	1.600	0.089	1.448	0.068	-	-	-	0.400
	Sem limitação	1.580	0.090	1.489	0.066	-	-	-	0.075
AS1/AI2	Com limitação	1.278	0.084	-	-	0.069	0.130	0.590	0.300
	Sem limitação	1.325	0.090	-	-	0.070	0.129	0.595	0.400
AS2/AI1	Com limitação	-	-	1.105	0.068	-	-	-	0.425
	Sem limitação	-	-	1.118	0.062	-	-	-	0.450
AS2/AI2	Com limitação	-	-	-	-	0.070	0.123	0.537	0.475
	Sem limitação	-	-	-	-	0.068	0.109	0.517	0.500

Para uma melhor contextualização dos valores de oscilação resultantes da otimização dimensional, desenharam-se as curvas das oscilações das otimizações. Dada a proximidade entre os valores da Tabela 7.10, optou-se por apresentar apenas as curvas de oscilação das otimizações sem limitações nos intervalos das variáveis. A Figura 7.6 apresenta a curva da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais.

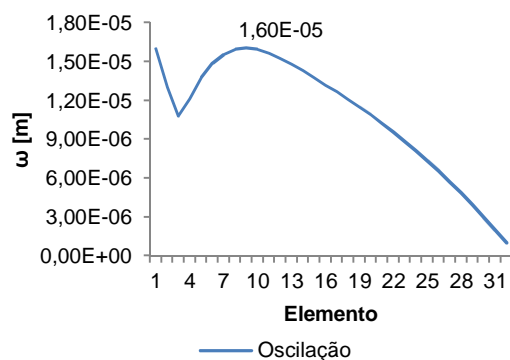


Figura 7.6 – Curva de oscilação da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais

A Figura 7.7 mostra a curva de oscilação da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais.

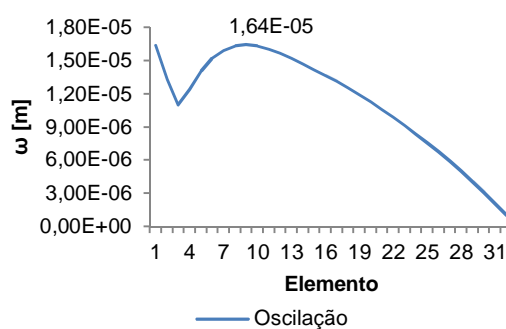


Figura 7.7 - Curva de oscilação da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais

A Figura 7.8 apresenta a curva de oscilação da combinação AS1/AI2.

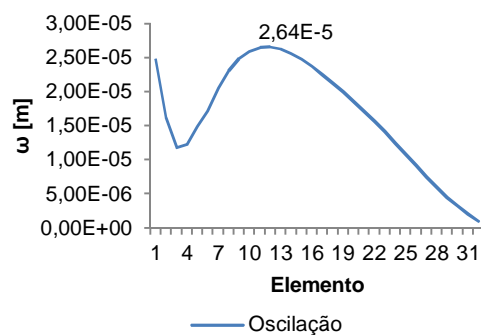


Figura 7.8 - Curva de oscilação da combinação AS1/AI2

A Figura 7.9 mostra a curva de oscilação da combinação AS2/AI1.

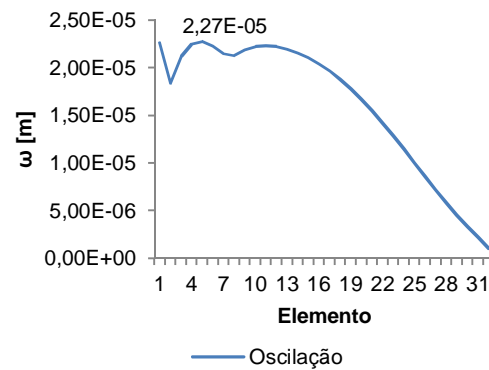


Figura 7.9 - Curva de oscilação da combinação AS2/AI1

A Figura 7.10 apresenta a curva de oscilação da combinação AS2/AI2.

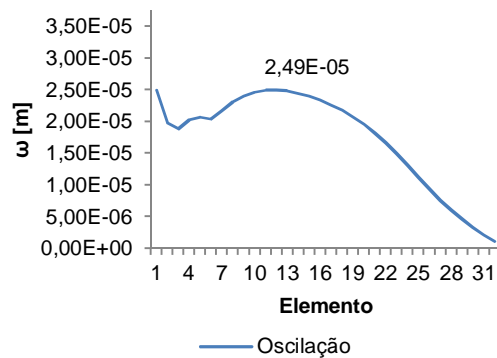


Figura 7.10 - Curva de oscilação da combinação AS2/AI2

Verifica-se que as formas das curvas de oscilação anteriormente apresentadas são bastante parecidas com as que foram mostradas no capítulo 5, quando da análise bidimensional das combinações de aventais, o que demonstra coerência no comportamento mecânico das mesmas. Repete-se, também, a tendência para o maior comprimento de quinagem não coincidir com o valor máximo da oscilação da penetração.

7.2. Otimização topológica – Estudos de caso

Nas figuras que se seguem, os elementos dos resultados provenientes da otimização topológica baseada nos AG podem ter duas cores, azul-marinho e lilás, que significam a existência e a “ausência” de material, respectivamente. Nos resultados baseados no método SIMP, os elementos estão coloridos a uma escala de cinza devido à variação de densidade do material, utilizado nesses métodos, na qual a cor branca corresponde à ausência e a cor preta à existência de material.

A Figura 7.11 apresenta o arco de ponte, cujas condições de fronteira estão definidas no subcapítulo 6.2, pela Figura 6.3 a), resultante da otimização topológica com AG e compara-a com a conhecida, otimizada com o método SIMP.

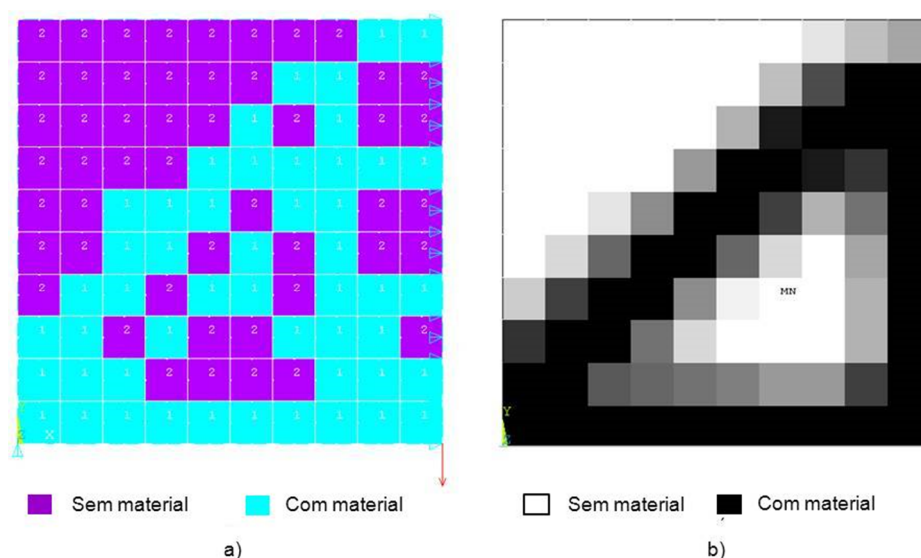


Figura 7.11 - Arco de ponte: a) Método dos AG; b) Método SIMP

A Figura 7.12 mostra os resultados da estrutura com carga dupla, cujas condições de fronteira estão definidas no subcapítulo 6.2, pela Figura 6.3 b), referentes à otimização topológica com AG e compara-a com os resultados conhecidos da otimização topológica pelo método SIMP.

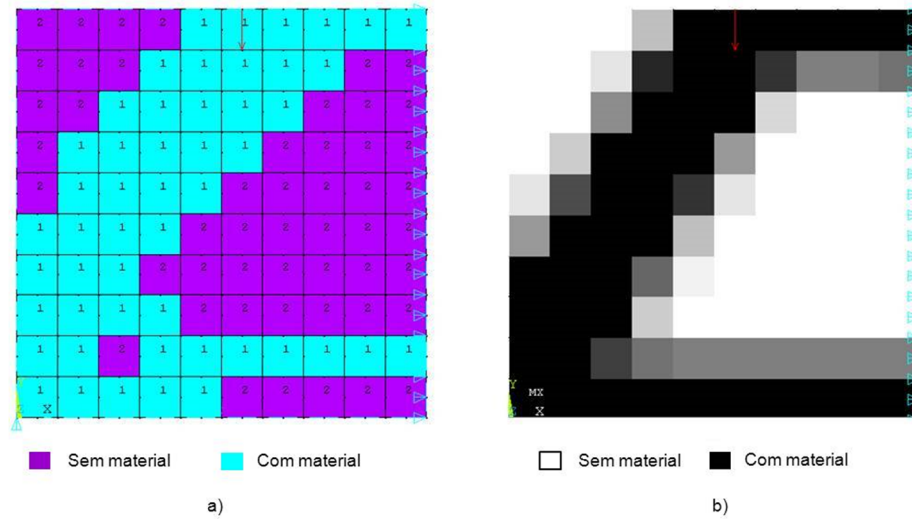


Figura 7.12 - Estrutura com carga dupla: a) Método dos AG; b) Método SIMP

A Figura 7.13 apresenta a viga simplesmente apoiada, cujas condições de fronteira estão definidas no subcapítulo 6.2, pela Figura 6.3 c), resultante da otimização topológica com AG e compara-a com a conhecida, otimizada com o método determinístico.

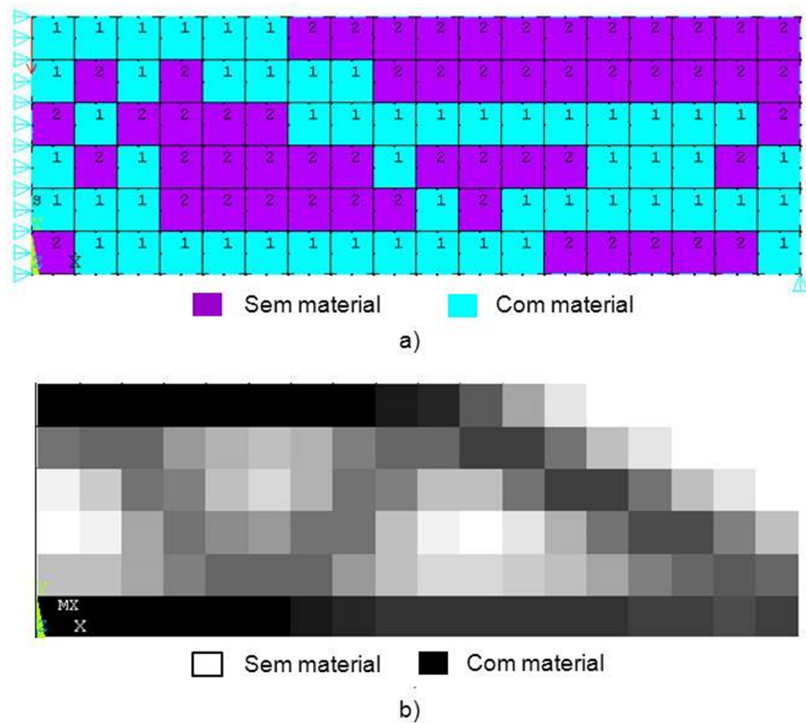


Figura 7.13 – Viga simplesmente apoiada: a) Método dos AG; b) Método SIMP

A Figura 7.14 mostra os resultados da viga em consola, cujas condições de fronteira estão definidas no subcapítulo 6.2, pela Figura 6.3 c), referentes à otimização topológica com AG e compara-a com os resultados conhecidos da otimização topológica pelo método SIMP.

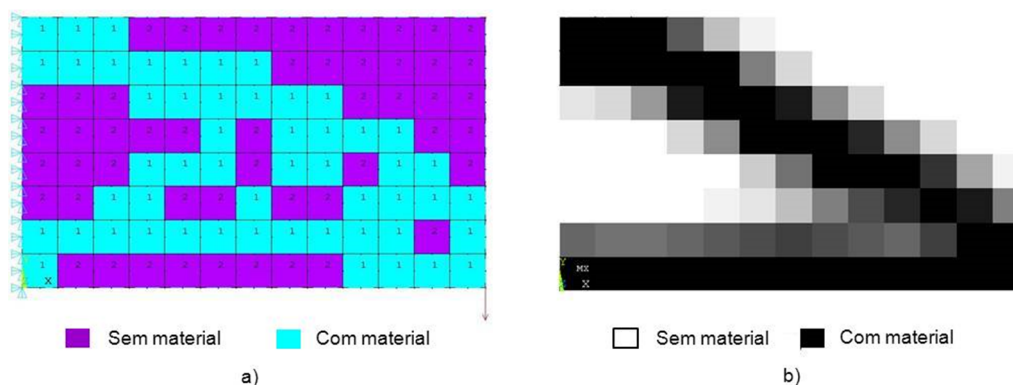


Figura 7.14 - Viga em consola: a) Método dos AG; b) Método SIMP

7.2.1. Discussão dos resultados

Observando as Figuras 7.11, 7.12 e 7.14 repara-se que, no que diz respeito à minimização da flexibilidade, as melhores soluções topológicas encontradas pelos dois métodos são similares, com uma mimetização relativamente boa das estruturas que utilizaram os AG em relação às que utilizaram o método do gradiente. Contudo, no caso dos AG existe uma maior dispersão na distribuição do material, tornando-se esta mais evidente com a observação da Figura 7.13, uma vez que a topologia resultante da otimização é mais complexa que as das anteriores devido à sua forma de treliça de Howe. Talvez fosse possível ultrapassar o problema da dispersão através do aumento da população de indivíduos na GATool ou do número de vezes que a otimização foi efetuada, devido ao carácter probabilístico dos AG.

Assim, pode concluir-se que é viável a utilização dos AG para a otimização topológica das combinações de aventais, no que diz respeito à obtenção de resultados preliminares de minimização da oscilação da penetração.

7.3. Otimização topológica das combinações modeladas

Antes de se efetuar a otimização topológica dos dois aventais de cada combinação, procedeu-se a um teste aos AG na avaliação da oscilação da penetração como função objetivo e na aplicação do constrangimento de volume, neste caso $V_{AI}^* = 0.5$, no Avental Inferior, AI1, da

combinação AS1/AI1 com os pinos verticais e em que AS1 tem a sua topologia fixa e dimensões $s_1 = 1.6$ m, $s_2 = 0.09$ m e $L = 1.6$ m, para que fosse possível aferir quer o tempo de computação, quer o comportamento dos AG na atribuição das propriedades do material aos elementos. Na Tabela 7.12 apresentam-se as dimensões definidas para esta situação de teste, bem como o número de elementos, nós e graus de liberdade.

Tabela 7.12 - Dimensões de AI1 da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, em que $V_{AI}^* = 0.5$

Ω [m]	L	1.600
	s_3	1.600
s_4 [m]	0.700	
s_8 [m]	0.000	
Elementos	100	
Nós	341	
Graus de liberdade	660	

A Figura 7.15 apresenta a melhor topologia resultante da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais para o AI1, com $V_{AI}^* = 0.5$.

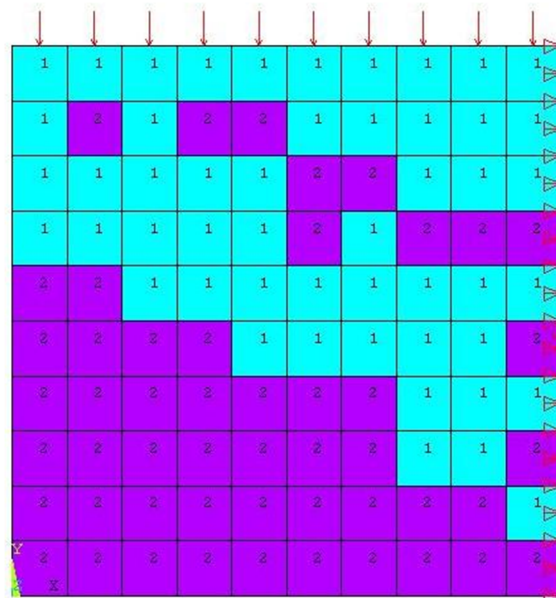


Figura 7.15 - AI1 da combinação AS1/AI1 com pinos verticais, em que $V_{AI}^* = 0.5$

A Tabela 7.13 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e a fração volúmica do avental AI1 da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esse resultado, para a situação de teste.

Tabela 7.13 - Resultados e opções da otimização do AI1 da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, com constrangimento $V^* = 0.5$

Resultados	ω [m]	4,11E-05
	f_{vol} da matriz	0.50
Opções da GATool	Tipo de população	"Bitstring"
	Tamanho da população	200 (para 100 genes)
	"Fitness scaling"	"Rank"
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	275

Para organizar e sistematizar os resultados das otimizações topológicas das combinações de aventais, apresenta-se a Tabela 7.14 que indica as combinações e os valores dos constrangimentos de volume utilizados nas otimizações.

Tabela 7.14 - Combinação de aventais e constrangimentos utilizados na otimização

Combinação	Constrangimento
AS1/AI1 com pinos verticais	- $V_{AS}^* = 0.8$
AS1/AI1 com pinos horizontais	- $V_{AS}^* = 0.8$
AS1/AI2	- $V_{AS}^* = 0.8$
AS2/AI1	- $V_{AI}^* = 0.6$
AS2/AI2	- $V_{AI}^* = 0.8$

Na Tabela 7.15 apresentam-se as dimensões para a combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, bem como o número de elementos, nós e graus de liberdade.

Tabela 7.15 - Dimensões dos aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais

Ω [m]	AS1		AI1	
	L	1.600	1.600	
	s_1	1.600	-	
	s_3	-	1.600	
s_2 [m]	0.090		-	
s_4 [m]	-		0.070	
s_8 [m]	-		0.000	
Elementos	100		100	
Nós	341		341	
Graus de liberdade	660		660	

A Figura 7.16 apresenta a distribuição de material em ambos os aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, resultante da minimização da oscilação sem constrangimento e com um total de 200 elementos.

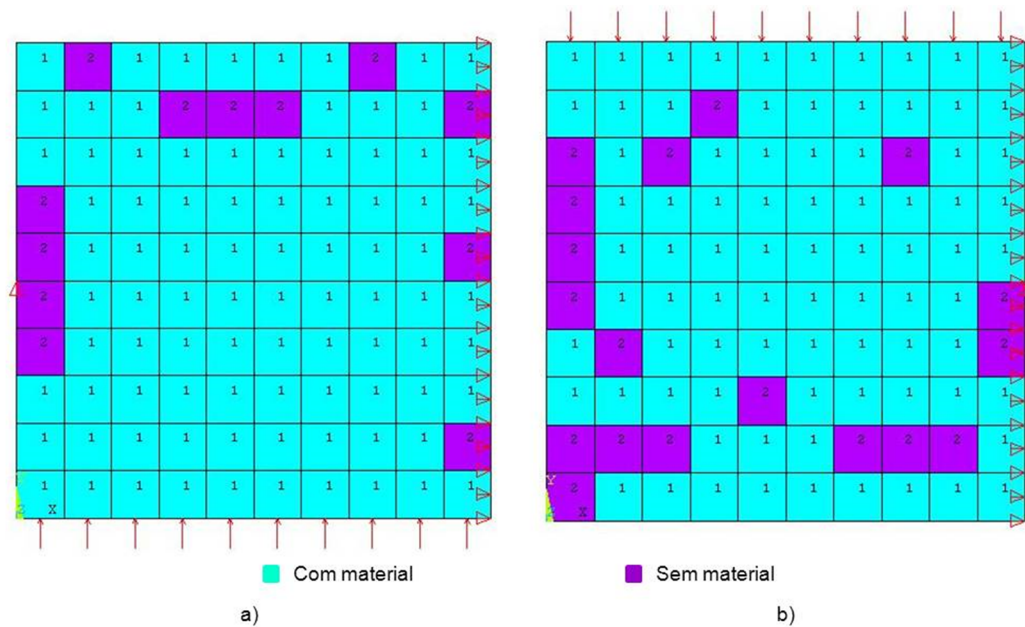


Figura 7.16 – Combinação AS1/AI1 com pinos verticais, sem constrangimento: a) AS1; b) AI1

A Tabela 7.16 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e as frações volúmicas dos aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, sem constrangimento, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esses resultados.

Tabela 7.16 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, sem constrangimento

Resultados	ω [m]	2.15E-05
	f_{vol} do cunho	0.88
	f_{vol} da matriz	0.82
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	400 (para 200 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	215

A Figura 7.17 demonstra o cromossoma que originou a Figura 7.16 e a evolução do processo de otimização topológica, embora não tenha sido possível colocar os valores da função objetivo correspondentes às primeiras ≈ 45 iterações, por os valores das mesmas serem excessivamente altos e para que a melhoria da função objetivo fosse observável.

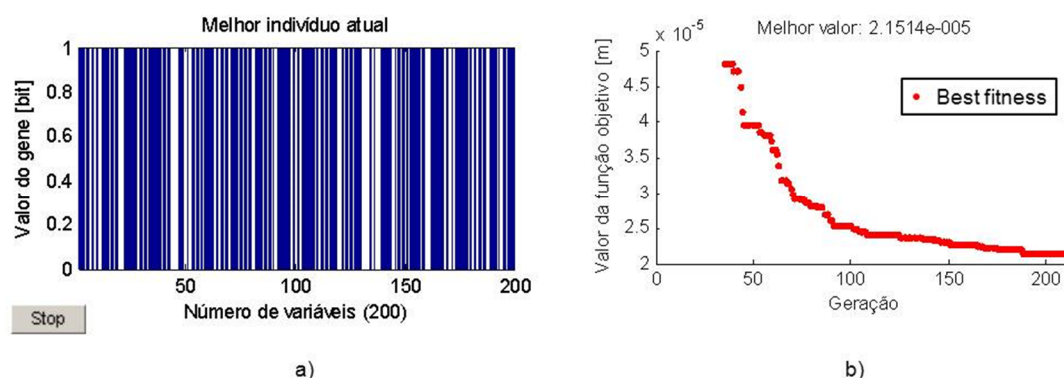


Figura 7.17 - Combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, sem constrangimento: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

A Figura 7.18 apresenta a distribuição de material em ambos os aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, resultante da minimização da oscilação, com constrangimento de volume no Avental Superior, $V_{AS}^* = 0.8$, e com um total de 200 elementos.

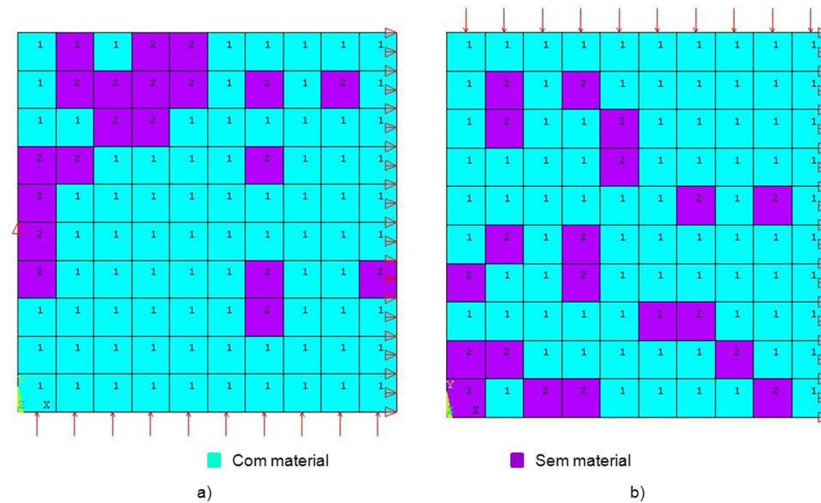


Figura 7.18 – Combinação AS1/AI1 com pinos verticais, $V_{AS}^* = 0.8$: a) AS1; b) AI1

A Tabela 7.17 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e as frações volúmicas dos aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, com $V_{AS}^* = 0.8$, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esses resultados.

Tabela 7.17 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, com $V_{AS}^* = 0.8$

Resultados	ω [m]	2.26E-05
	f_{vol} da cunho	0.8
	f_{vol} da matriz	0.8
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	400 (para 200 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	214

A Figura 7.19 demonstra o cromossoma que originou a Figura 7.18 e a evolução do processo de otimização topológica, embora não tenha sido possível colocar os valores da função objetivo correspondentes às primeiras ≈ 35 iterações, por os valores das mesmas serem excessivamente altos e para que a melhoria da função objetivo fosse observável.

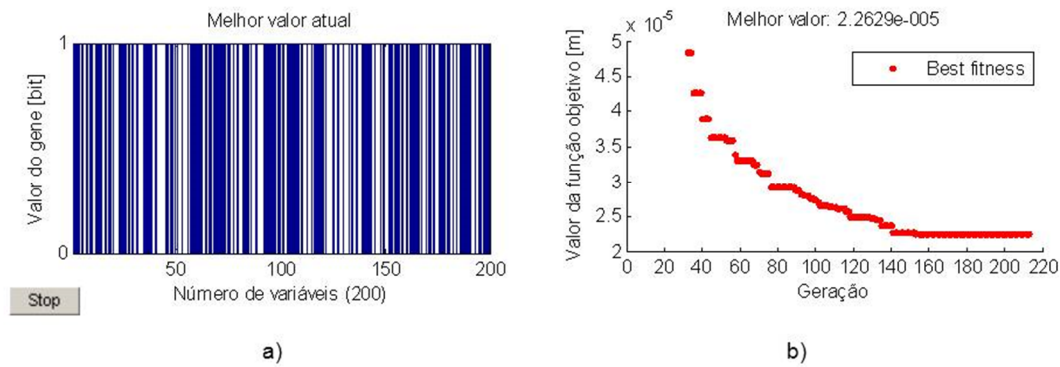


Figura 7.19 - Combinação AS1/AI1 com pinos verticais, $V_{AS}^* = 0.8$: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

Na Tabela 7.18 apresentam-se as dimensões para a combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, bem como o número de elementos, nós e graus de liberdade.

Tabela 7.18 - Dimensões dos aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais

		AS1	AI1
Ω [m]	L	1.600	1.600
	s_1	1.600	-
	s_3	-	1.600
s_2 [m]		0.090	-
s_4 [m]		-	0.070
s_8 [m]		-	0.080
Elementos		100	100
Nós		341	341
Graus de liberdade		660	660

A Figura 7.20 apresenta a distribuição de material em ambos os aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, resultante da minimização da oscilação sem constrangimento e com um total de 200 elementos.

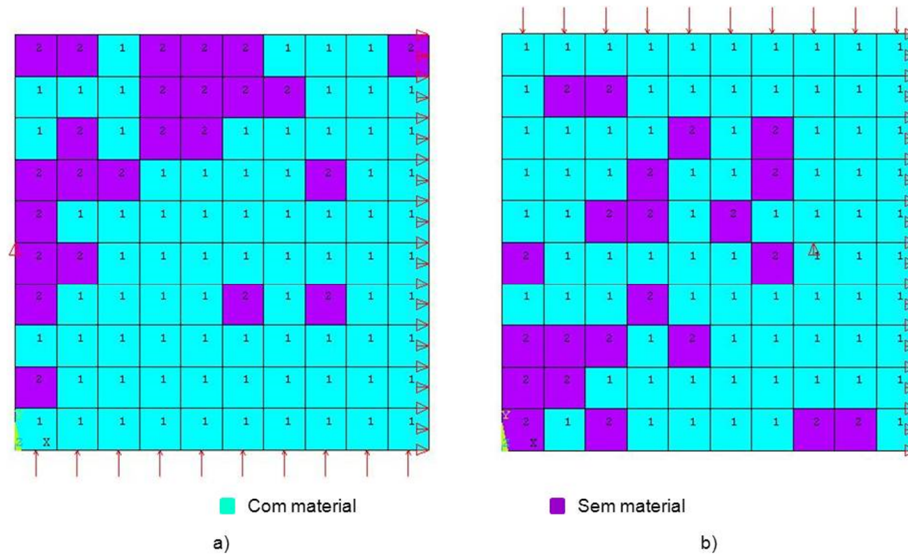


Figura 7.20 – Combinação AS1/AI1 com pinos horizontais, sem constrangimentos:
a) AS1; b) AI1

A Tabela 7.19 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e as frações volúmicas dos aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, sem constrangimentos, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esses resultados.

Tabela 7.19 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, sem constrangimentos

Resultados	ω [m]	2.74E-05
	f_{vol} da cunho	0.76
	f_{vol} da matriz	0.78
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	400 (para 200 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	258

A Figura 7.21 demonstra o cromossoma que originou a Figura 7.20 e a evolução do processo de otimização topológica, embora não tenha sido possível colocar os valores da função objetivo correspondentes às primeiras ≈ 55 iterações, por os valores das mesmas serem excessivamente altos e para que a melhoria da função objetivo fosse observável.

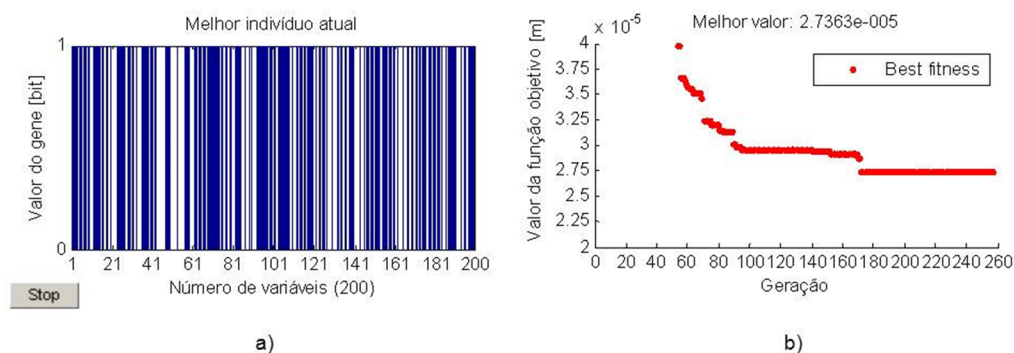


Figura 7.21 - Combinação AS1/AI1 com pinos horizontais, sem constrangimentos:
a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

A Figura 7.22 apresenta a distribuição de material em ambos os aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, resultante da minimização da oscilação com constrangimento de volume no Avental Superior, $V_{AS}^* = 0.8$, e com um total de 200 elementos.

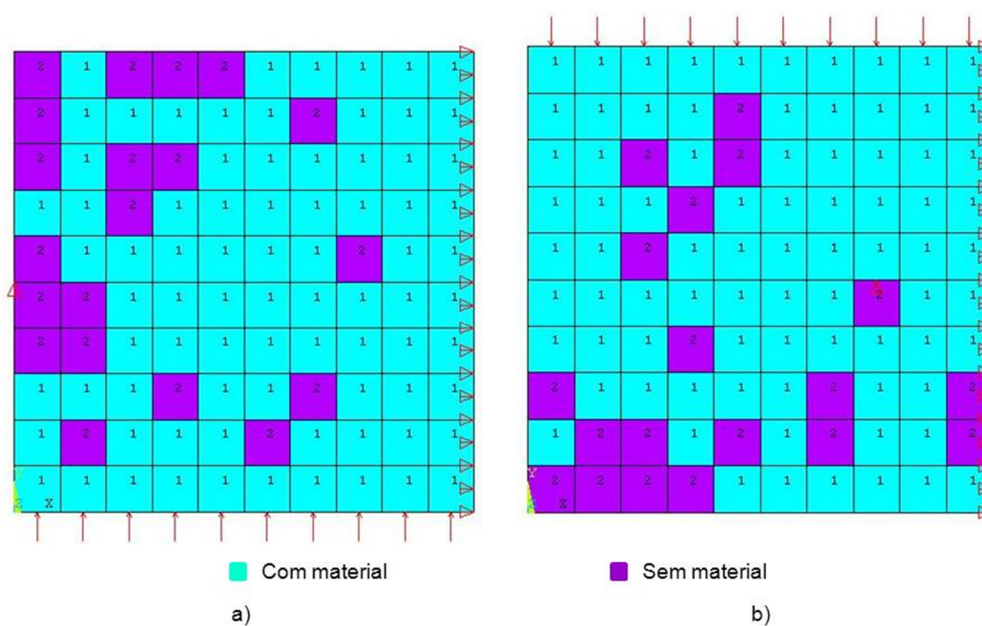


Figura 7.22 – Combinação AS1/AI1 com pinos horizontais, $V_{AS}^* = 0.8$: a) AS1; b) AI1

A Tabela 7.20 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e as frações volúmicas dos aventais da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, em que $V_{AS}^* = 0.8$, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esses resultados.

Tabela 7.20 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, $V_{AS}^* = 0.8$

Resultados	ω [m]	2.19E-05
	f_{vol} da cunho	0.8
	f_{vol} da matriz	0.81
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	400 (para 200 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 3%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	276

A Figura 7.23 demonstra o cromossoma que originou a Figura 7.22 e a evolução do processo de otimização topológica, embora não tenha sido possível colocar os valores da função objetivo correspondentes às primeiras ≈ 60 iterações, por os valores das mesmas serem excessivamente altos e para que a melhoria da função objetivo fosse observável.

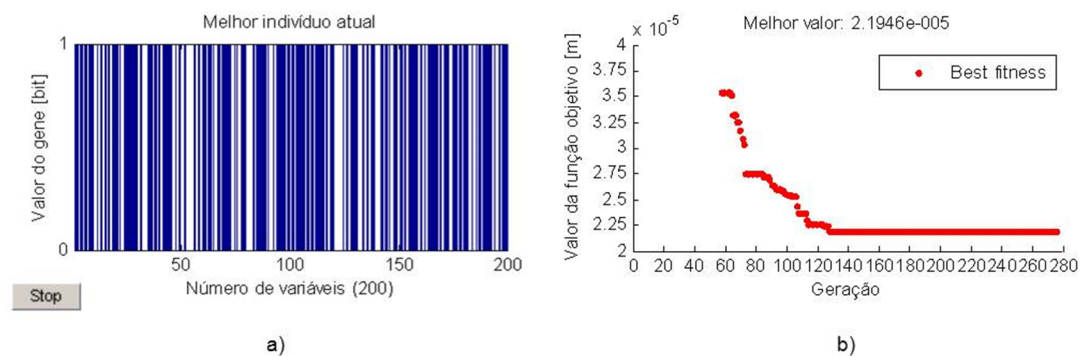


Figura 7.23 - Combinação AS1/AI1 com os pinos horizontais, $V_{AS}^* = 0.8$: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

Na Tabela 7.21 apresentam-se as dimensões para a combinação AS1/AI2, bem como o número de elementos, nós e graus de liberdade.

Tabela 7.21 - Dimensões dos aventais da combinação AS1/AI2

Ω [m]		AS1	AI2
	L	1.600	1.600
	s ₁	1.600	-
	s ₆	-	0.130
	h _a	-	0.734
s ₂ [m]	0.090	-	-
s ₅ [m]	-	-	0.070
s ₇ [m]	-	-	0.600
s ₈ [m]	-	-	0.400
Elementos	120	84	
Nós	405	291	
Graus de liberdade	788	564	

A Figura 7.24 apresenta a distribuição de material em ambos os aventais da combinação AS1/AI2, resultante da minimização da oscilação sem constrangimento e com um total de 204 elementos.

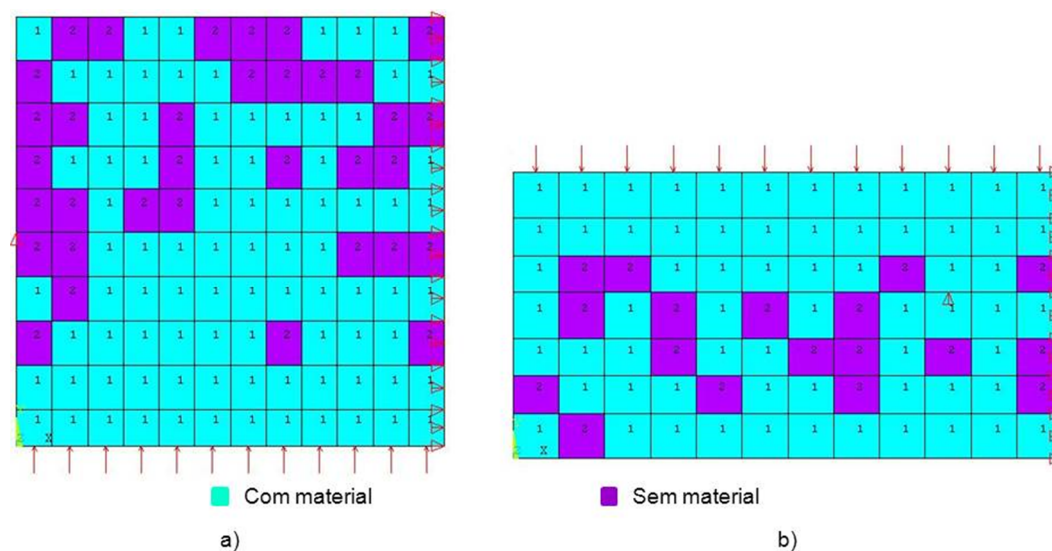


Figura 7.24 - Combinação AS1/AI2, sem constrangimentos: a) AS1; b) AI2

A Tabela 7.22 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e as frações volúmicas dos aventais da combinação AS1/AI2, sem constrangimentos, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esses resultados.

Tabela 7.22 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI2, sem constrangimentos

Resultados	ω [m]	4.30E-05
	f_{vol} da cunho	0.713541
	f_{vol} da matriz	0.859347
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	408 (para 204 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	227

A Figura 7.25 demonstra o cromossoma que originou a Figura 7.24 e a evolução do processo de otimização topológica, embora não tenha sido possível colocar os valores da função objetivo correspondentes às primeiras ≈ 40 iterações, por os valores das mesmas serem excessivamente altos e para que a melhoria da função objetivo fosse observável.

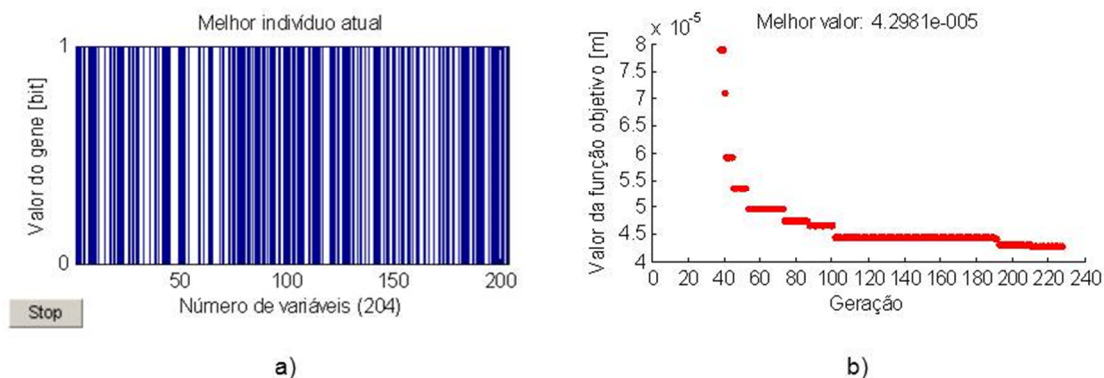


Figura 7.25 - Combinação AS1/AI2, sem constrangimentos: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

A Figura 7.26 apresenta a distribuição de material em ambos os aventais da combinação AS1/AI2 resultante da minimização da oscilação com constrangimento no Avental Superior, $V_{AS}^* = 0.8$, e com um total de 204 elementos.

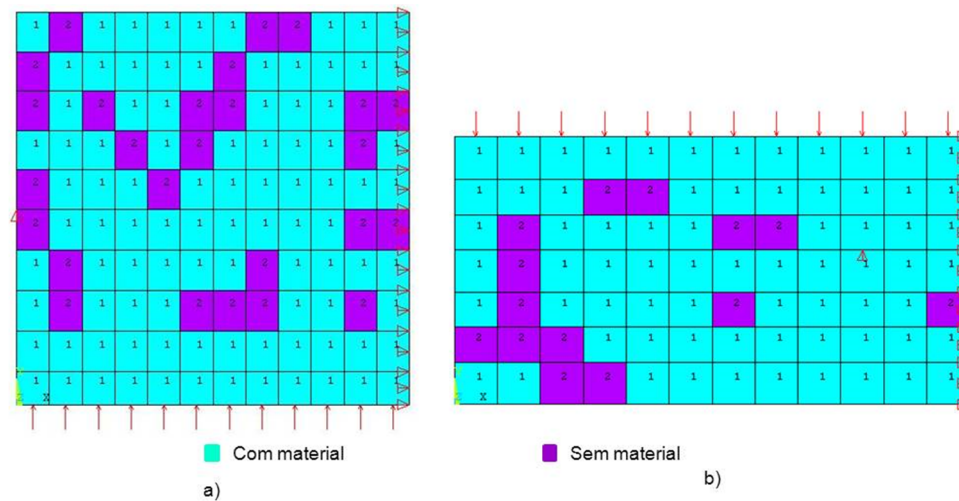


Figura 7.26 - Combinação AS1/AI2, $V_{AS}^* = 0.8$: a) AS1; b) AI2

A Tabela 7.23 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e as frações volúmicas dos aventais da combinação AS1/AI2, com $V_{AS}^* = 0.8$, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esses resultados.

Tabela 7.23 - Resultados e opções da otimização da combinação AS1/AI2, com $V_{AS}^* = 0.8$

Resultados	ω [m]	3.60E-05
	f_{vol} da cunho	0.779861
	f_{vol} da matriz	0.836632
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	408 (para 204 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	235

A Figura 7.27 demonstra o cromossoma que originou a Figura 7.26 e a evolução do processo de otimização topológica, embora não tenha sido possível colocar os valores da função objetivo correspondentes às primeiras ≈ 60 iterações, por os valores das mesmas serem excessivamente altos e para que a melhoria da função objetivo fosse observável.

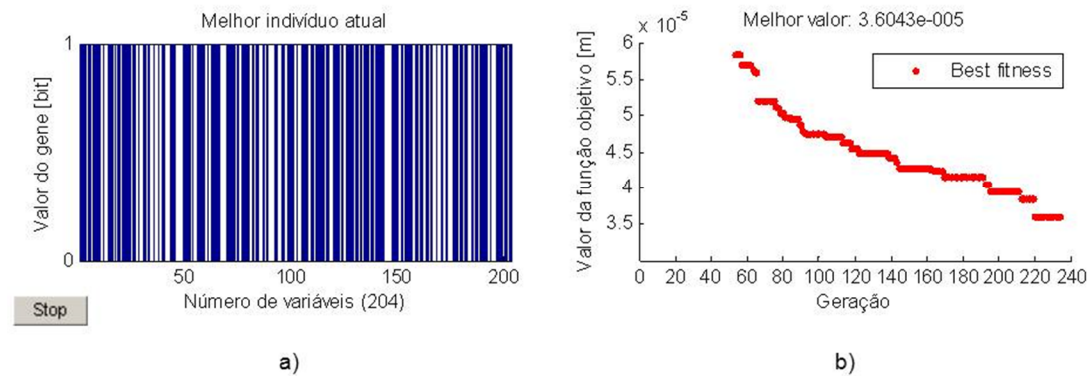


Figura 7.27 - Combinação AS1/AI2, com $V_{AS}^* = 0.8$: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

Na Tabela 7.24 apresentam-se as dimensões para a combinação AS2/AI1, bem como o número de elementos, nós e graus de liberdade.

Tabela 7.24 - Dimensões dos aventais da combinação AS2/AI1

		AI1
Ω [m]	L	1.600
	s_3	1.600
	s_4	0.070
	s_8	0.450
Elementos		256
Nós		833
Graus de liberdade		1632

A Figura 7.28 apresenta a distribuição de material apenas do Avental Inferior da combinação AS2/AI1, resultante da minimização da oscilação sem constrangimento de volume, uma vez que o Avental Superior, AS2, tem a sua topologia fixa, tal como acontecia com as suas dimensões aquando da otimização dimensional.

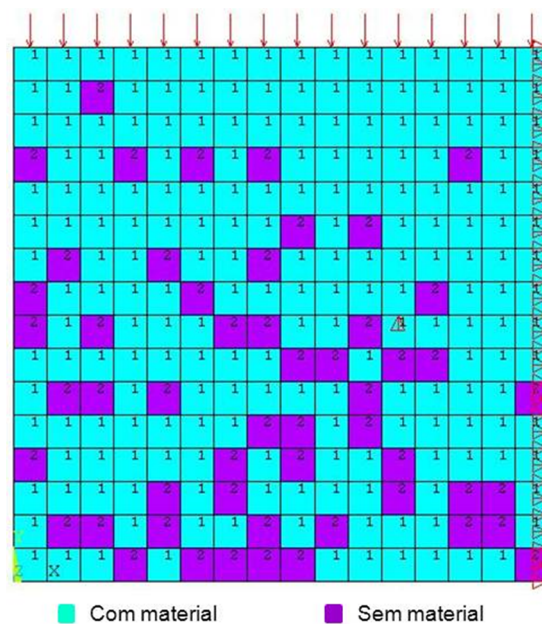


Figura 7.28 – AI1 da combinação AS2/AI1, sem constrangimento

A Tabela 7.25 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e a fração volúmica do Avental Inferior, AI1, da combinação AS2/AI1, sem constrangimento de volume, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esses resultados.

Tabela 7.25 - Resultados e opções da otimização de AI1 da combinação AS2/AI1, sem constrangimento

Resultados	ω [m]	2.21E-05
	f_{vol} da matriz	0.79
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	512 (para 256 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	97

A Figura 7.29 demonstra o cromossomo que originou a Figura 7.28 e a evolução do processo de otimização topológica, embora não tenha sido possível colocar os valores da função objetivo correspondentes às primeiras ≈ 30 iterações, por os valores das mesmas serem excessivamente altos e para que a melhoria da função objetivo fosse observável.

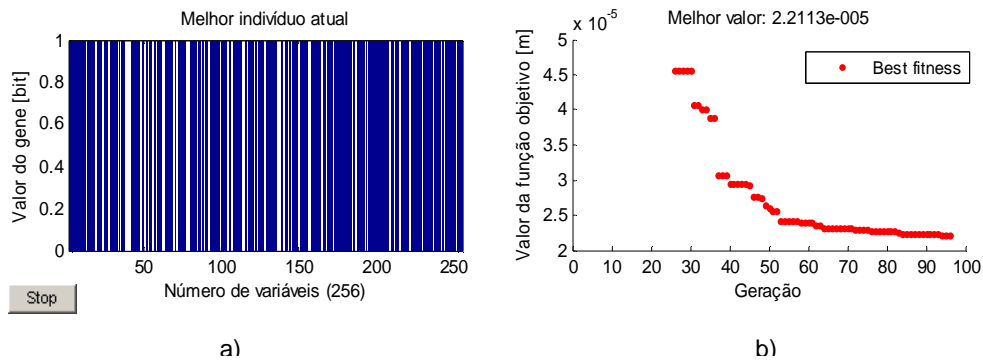


Figura 7.29 - Combinação AS2/AI1, sem constrangimento: a) Cromossomo do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

A Figura 7.30 apresenta a distribuição de material apenas do Avental Inferior da combinação AS2/AI1, resultante da minimização da oscilação com constrangimento de volume, $V_{AI}^* = 0.6$, pelos motivos referidos anteriormente.

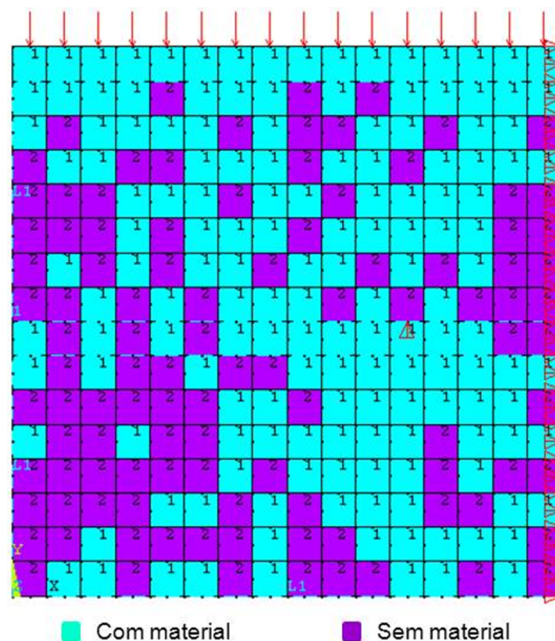


Figura 7.30 - AI1 da combinação AS2/AI1, $V_{AI}^* = 0.6$

A Tabela 7.26 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e a fração volúmica do Avental Inferior, AI1, da combinação AS2/AI1, com $V_{AI}^* = 0.6$, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esses resultados.

Tabela 7.26 - Resultados e opções da otimização da combinação AS2/AI1, $V_{AI}^* = 0.6$

Resultados	ω [m]	3.60E-05
	f_{vol} da matriz	0.60
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	512 (para 256 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	78

A Figura 7.31 demonstra o cromossoma que originou a Figura 7.31 e a evolução do processo de otimização topológica, embora não tenha sido possível colocar os valores da função objetivo correspondentes às primeiras ≈ 40 iterações, por os valores das mesmas serem excessivamente altos e para que a melhoria da função objetivo fosse observável.

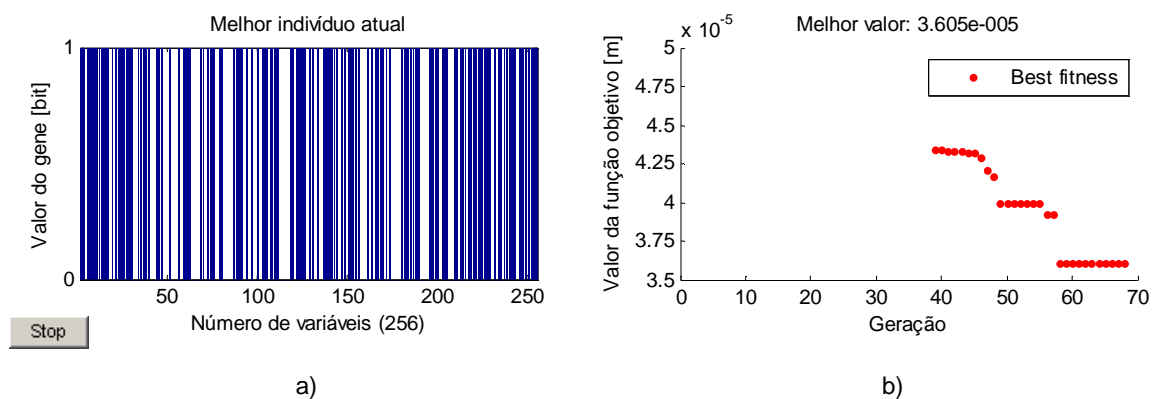


Figura 7.31 - Combinação AS2/AI1, $V_{AI}^* = 0.6$: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

Na Tabela 7.27 apresentam-se as dimensões para a combinação AS2/AI1, bem como o número de elementos, nós e graus de liberdade.

Tabela 7.27 - Dimensões dos aventais da combinação AS2/AI2

AI2	
L	1.600
Ω [m]	s_6 0.130
	h_a 0.734
s_5	0.070
s_7	0.600
s_8	0.500
Elementos	160
Nós	533
Graus de liberdade	1044

A Figura 7.32 apresenta a distribuição de material apenas do Avental Inferior da combinação AS2/AI2, resultante da minimização da oscilação sem constrangimento de volume, pelos motivos referidos anteriormente.

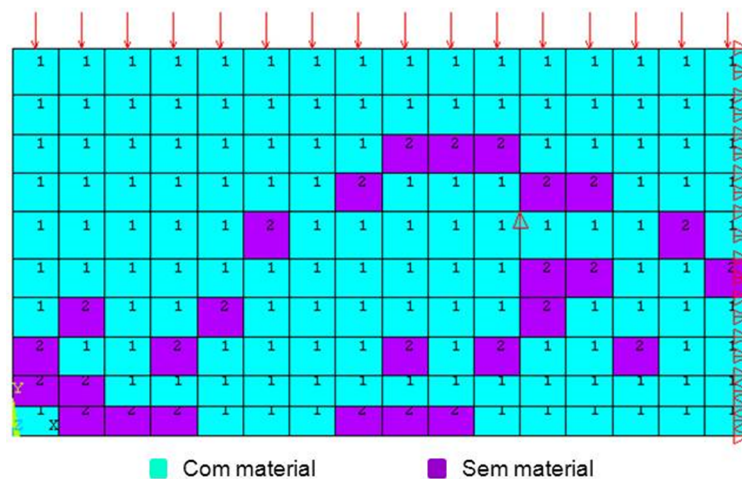


Figura 7.32 – AI2 da combinação AS2/AI2, sem constrangimento

A Tabela 7.28 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e a fração volúmica do Avental Inferior, AI2, da combinação AS2/AI2, sem constrangimento, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esses resultados.

Tabela 7.28 - Resultados e opções da otimização da combinação AS2/AI2, sem constrangimento

Resultados	ω [m]	2.99E-05
	f_{vol} da matriz	0.790835
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	320 (para 160 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	107

A Figura 7.33 demonstra o cromossoma que originou a Figura 7.32 e a evolução do processo de otimização topológica, embora não tenha sido possível colocar os valores da função objetivo correspondentes às primeiras ≈ 35 iterações, por os valores das mesmas serem excessivamente altos e para que a melhoria da função objetivo fosse observável.

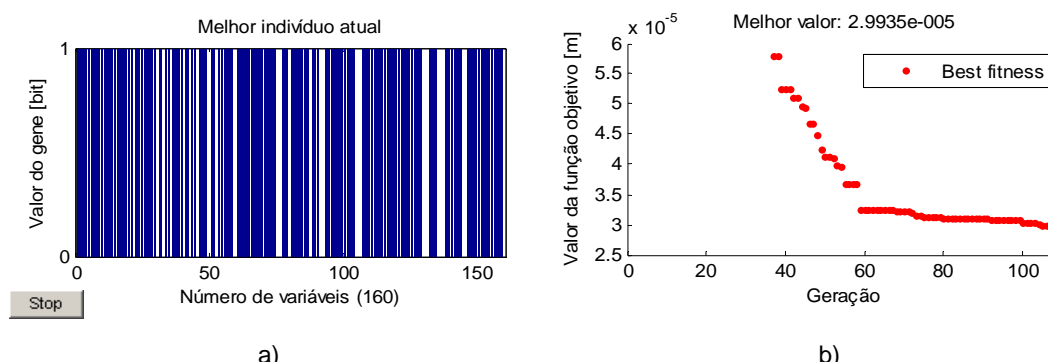
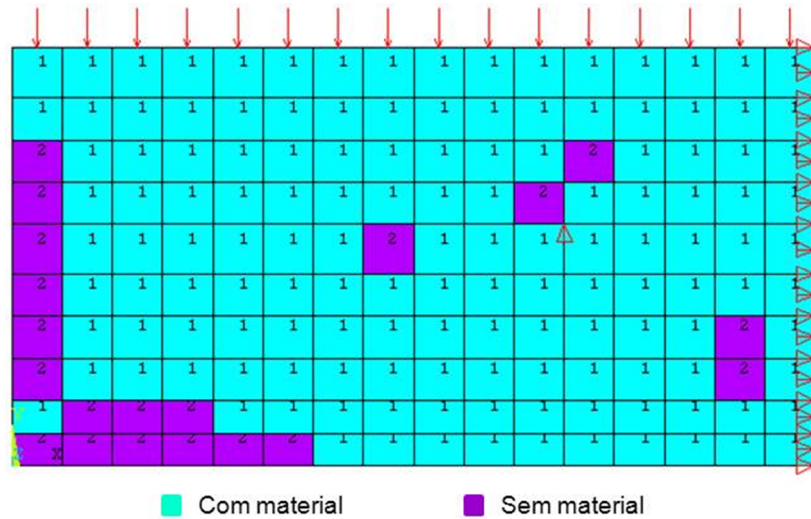


Figura 7.33 - Combinação AS2/AI2, sem constrangimento: a) Cromossoma do melhor valor; b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

A Figura 7.34 apresenta a distribuição de material apenas do Avental Inferior da combinação AS2/AI2, resultante da minimização da oscilação com constrangimento de volume, $V_{AI}^* = 0.8$, pelos motivos referidos anteriormente.

Figura 7.34 - Al2 da combinação AS2/AI2, $V_{AI}^* = 0.8$

A Tabela 7.29 mostra o melhor valor encontrado para a oscilação e a fração volúmica do Avental Inferior, AI2, da combinação AS2/AI2, com constrangimento, $V_{AI}^* = 0.8$, bem como as opções escolhidas na GATool que originaram esses resultados.

Tabela 7.29 - Resultados e opções da otimização da combinação AS2/AI2, $V_{AI}^* = 0.8$

Resultados	ω [m]	2.30E-05
	f_{vol} da matriz	0.78
Opções da GATool	Tipo de população	<i>Bitstring</i>
	Tamanho da população	320 (para 160 genes)
	<i>Fitness scaling</i>	<i>Rank</i>
	Seleção	Torneio de 2 indivíduos
	Nº de indivíduos escolhidos por elitismo	1
	Mutação	Uniforme com probabilidade de 2%
	Método de cruzamento	Ponto único
	Fração de cruzamento	0.8
	Nº de iterações	256

A Figura 7.35 demonstra o cromossoma que originou a Figura 7.34 e a evolução do processo de otimização topológica, embora não tenha sido possível colocar os valores da função objetivo correspondentes às primeiras ≈ 50 iterações, por os valores das mesmas serem excessivamente altos e para que a melhoria da função objetivo fosse observável.

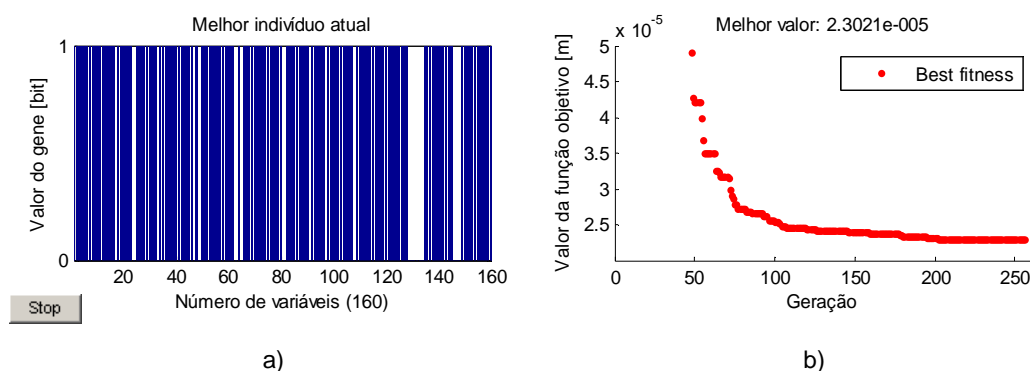


Figura 7.35 - Combinação AS2/AI2, $V_{AI}^* = 0.8$: a) Cromossoma do melhor valor;
b) Histórico do melhor valor da função objetivo ao longo das iterações

7.3.1. Discussão dos resultados

Observando os gráficos das figuras correspondentes às curvas de evolução da otimização, conclui-se que foi possível chegar a uma situação de convergência da função objetivo em todas as otimizações utilizando as opções da GATool que conduziram aos melhores casos no subcapítulo 7.1, apesar de ter sido feita apenas uma otimização topológica por cada combinação de aventais e para cada situação de constrangimento, devido ao tempo demorado por estas.

Analisando as topologias resultantes das otimizações percebe-se que, devido ao caráter probabilístico do método dos AG, existe alguma aleatoriedade na atribuição de material aos elementos constituintes dos aventais, apesar do constrangimento e da avaliação da função objetivo com o intuito de a minimizar. Essa aleatoriedade poderia ser contornada com o aumento da população e do número de otimizações efetuada, obtendo-se maior número de indivíduos e de amostras, respetivamente.

Mas, apesar dessa aleatoriedade, observam-se algumas topologias interessantes, principalmente nos aventais superiores, como são exemplo as figuras 7.18 a) e 7.20 a), onde se observa, no canto superior esquerdo do AS, uma maior concentração de elementos “sem material” atribuído e, na zona mais próxima do centro do eixo vertical de simetria (onde a falta de paralelismo entre os aventais costuma ser mais evidente), um preenchimento quase total de elementos com material. Devido a isso, verifica-se que em todas as topologias encontradas para os aventais superiores, o apoio é feito em elementos onde supostamente não existe material. Contudo, na realidade, esses elementos possuem material, uma vez que o ANSYS não permite definir elementos sem material atribuído, tal como foi explicado no subcapítulo 6.2.

Também com os aventais inferiores se verificou a tendência, embora não tão evidente, de não atribuir material a uma zona do AI, nomeadamente, aos elementos do canto inferior esquerdo, como se observa nas Figuras 7.20 b) e 7.22 b). A justificação para tal segue a mesma ordem de raciocínio que para os aventais superiores.

Quanto às frações volúmicas, em nenhum dos casos se obteve um total preenchimento das combinações com material, sugerindo que para um maior paralelismo entre os aventais não é inequivocamente determinante uma maior rigidez dos aventais (não podendo ter a situação de aventais infinitamente rígidos), havendo outros fatores a ter em conta.

Relativamente aos valores da função objetivo, ou seja, aos valores das oscilações, construiu-se a Tabela 7.30, que resume as oscilações resultantes das otimizações.

Tabela 7.30 – Oscilações resultantes das otimizações topológicas

Combinação	Constrangimento	ω [m]
AS1/AI1 com pinos verticais	-	2.15E-05
	$V_{AS}^* = 0.8$	2.26E-05
AS1/AI1 com pinos horizontais	-	2.74E-05
	$V_{AS}^* = 0.8$	2.19E-05
AS2/AI1	-	2.21E-05
	$V_{AI}^* = 0.6$	3.60E-05
AS2/AI2	-	2.99E-05
	$V_{AI}^* = 0.8$	2.30E-05
AS1/AI2	-	4.30E-05
	$V_{AS}^* = 0.8$	3.60E-05

Analisando a tabela anterior e não diferenciando para já se tem ou não constrangimento, verifica-se que a combinação AS1/AI1 com os pinos verticais possui o menor valor de oscilação da penetração, embora este esteja muito próximo das duas melhores combinações seguintes, a AS1/AI1 com os pinos horizontais e a AS2/AI1. Quanto ao pior valor de oscilação, este pertence à combinação AS1/AI2. Estes resultados mostram-se consistentes com os verificados na otimização dimensional, na Tabela 7.7.

Em relação aos valores das oscilações com ou sem constrangimentos, a Tabela 7.30 não permite concluir de forma definitiva se a existência ou não de constrangimento permite melhorar o valor do erro de quinagem, uma vez que dos cinco casos analisados, três deles tiveram melhores resultados com constrangimento (AS1/AI1 com pinos horizontais, AS2/AI2 e AS1/AI2) e dois deles tiveram melhores resultados sem constrangimento (AS1/AI1 com pinos verticais e AS2/AI1).

A Tabela 7.31 compara os melhores valores da oscilação obtidos através da otimização topológica com os obtidos a partir da otimização dimensional dos modelos numéricos em 2D sem constrangimentos (Tabela 7.7).

Tabela 7.31 – Comparação entre os valores da oscilação das otimizações topológicas e dimensionais das combinações modeladas numericamente em 2D

Combinação	ω [m]		Desvio relativo
	Otimização topológica	Otimização dimensional	
AS1/AI1 com pinos verticais	2.15E-05	1.603E-05	34.25%
AS1/AI1 com pinos horizontais	2.19E-05	1.641E-05	33.71%
AS2/AI1	2.21E-05	2.274E-05	-2.82%
AS2/AI2	2.30E-05	2.492E-05	-7.70%
AS1/AI2	3.60E-05	2.636E-05	36.72%

Verifica-se uma pioria significativa quando comparados os valores das oscilações dos dois tipos de otimização, à exceção dos resultados das combinações AS2/AI1 e AS2/AI2, que melhoraram ligeiramente. A pioria dos valores da oscilação deve-se, essencialmente, às poucas otimizações topológicas efetuadas (uma por cada combinação e por cada situação de existência ou não de constrangimento) e, por isso, a obtenção de um reduzido número de amostras, devido ao tempo demorado por estas (cerca de duas semanas). O facto de cada gene codificar a existência ou não de material em cada elemento contribuiu, também, para esse custo computacional pois, para se ter uma malha com elementos suficientes e, portanto, uma definição razoável, implica um maior número de genes envolvidos na otimização, aumentando o número de gerações necessário para a obtenção de uma solução perto da ótima. A ligeira melhoria dos valores da oscilação nas combinações AS2/AI1 e AS2/AI2 prende-se com o facto de o Avental Superior, AS2, ter a sua topologia fixa, o que faz com que o processo de otimização topológica com o método dos AG se foque apenas num avental, neste caso o inferior, facilitando a computação de uma solução mais próxima da ótima.

Em relação à oscilação, desenharam-se as curvas correspondentes aos melhores casos (com ou sem constrangimento), originadas com as topologias encontradas para cada combinação, de modo tornar possível a sua análise e comparação com as que resultaram da otimização dimensional. A Figura 7.36 mostra a curva de oscilação da combinação AS1/AI1 com os pinos verticais, sem constrangimento.

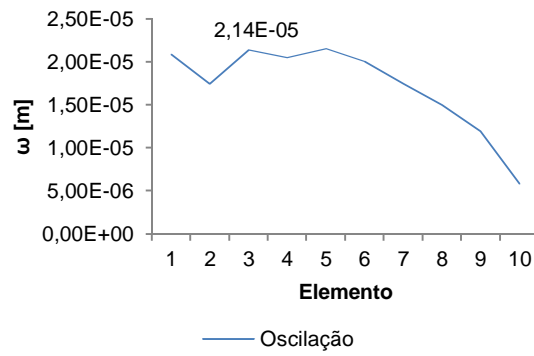


Figura 7.36 – Curva de oscilação da combinação AS1/AI1 com pinos verticais e sem constrangimento

A Figura 7.37 apresenta a curva de oscilação da combinação de aventais AS1/AI1, com $V_{AS}^* = 0.8$.

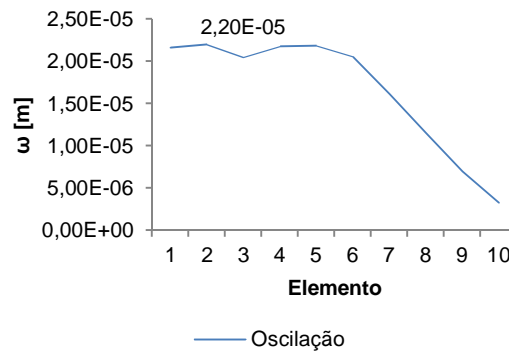


Figura 7.37 - Curva de oscilação da combinação AS1/AI1 com pinos verticais e $V_{AS}^* = 0.8$

A Figura 7.38 apresenta a curva de oscilação da combinação de aventais AS1/AI2, com $V_{AS}^* = 0.8$.

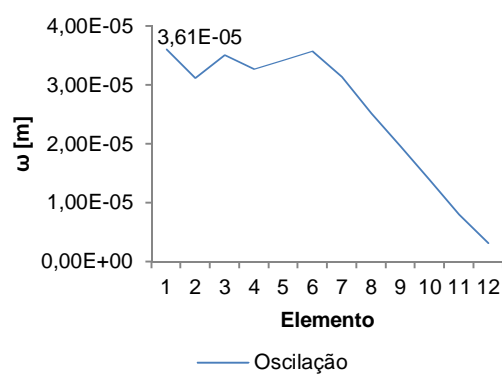


Figura 7.38 - Curva de oscilação da combinação AS1/AI2, com $V_{AS}^* = 0.8$

A Figura 7.39 apresenta a curva de oscilação da combinação de aventais AS2/AI1, sem constrangimento.

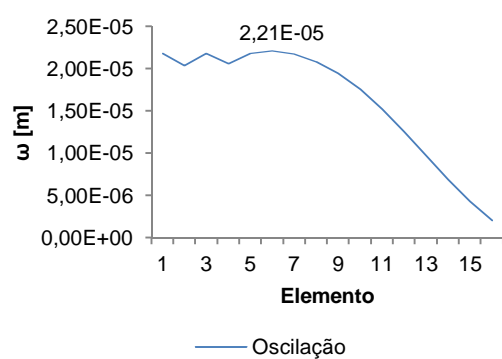


Figura 7.39 - Curva de oscilação da combinação AS2/AI1, sem constrangimento

A Figura 7.40 apresenta a curva de oscilação da combinação de aventais AS2/AI2, com $V_{AI}^* = 0.8$.

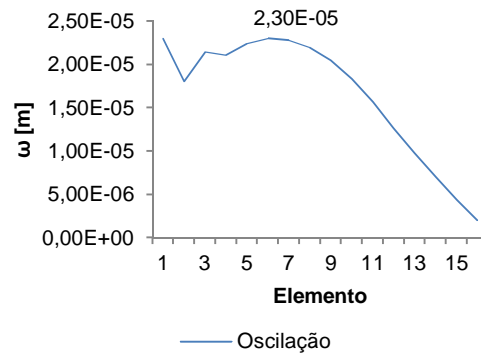


Figura 7.40 - Curva de oscilação da combinação AS2/AI1, com $V_{AI}^* = 0.8$

Apesar das curvas de oscilação resultantes das otimizações topológicas não serem muito semelhantes às que resultaram das otimizações dimensionais, devido à menor definição da malha dos aventais das combinações, nota-se em algumas combinações a mesma evolução da curva, nomeadamente, nas combinações AS2/AS1 e AS2/AI2, das Figuras 7.9 e 7.39 e das Figuras 7.10 e 7.40, respetivamente. Relativamente às curvas das restantes combinações, devido às maiores diferenças entre as oscilações as suas curvas também são mais distintas, tal como é visível, sobretudo, nas Figuras 7.8 e 7.38.

Verifica-se mais uma vez que, excetuando na combinação AS1/AI2, a maior oscilação não corresponde ao maior comprimento de quinagem, tendência observada em todas as análises às modelações bidimensionais das combinações de aventais.

Capítulo 8

Conclusão e desenvolvimentos futuros

O desenvolvimento da presente dissertação contribui para o tema de otimização dimensional e topológica aplicada à melhoria de precisão de quinagem.

Começou-se por fazer um estudo prévio utilizando a teoria de vigas de Timoshenko, comparando as modelações unidimensional e bidimensional para dois carregamentos tipo aos quais uma máquina quinadora está sujeita durante o processo de quinagem. Os resultados obtidos permitiram perceber que, apesar do fator de correção de Timoshenko consistir numa boa aproximação a uma situação mais real (como é o caso da modelação bidimensional), para situações em que a relação comprimento/altura é muito baixa, vigas muito curtas podem introduzir erros significativos.

Após a conclusão do estudo prévio, analisaram-se as diversas combinações de geometrias de aventais modeladas em 2D, com as dimensões ótimas na referência [13], quanto à deformação do Avental Superior e do Avental Inferior, à penetração e à oscilação da mesma, comparando-as com as modeladas em 1D. Concluiu-se que, em alguns casos, existem diferenças significativas entre as oscilações obtidas nas análises das modelações em 2D e as obtidas em [13], ver e.g. as Tabelas 5.1 e 5.3.

Com as análises pormenorizadas das combinações de aventais finalizadas, seguiu-se o processo de otimização dos aventais (2D), tendo como objetivo minimizar a oscilação da penetração, i.e., a diferença das deformadas entre os aventais superior e inferior. Começou-se por otimizar as dimensões dos aventais, definindo-se os intervalos de variação das variáveis de projeto e o número de genes codificadores para cada uma delas. Dos melhores resultados obtidos dessas otimizações concluiu-se que, em relação à referência [13], existem algumas

diferenças significativas nos valores das variáveis de projeto e nos valores da função objetivo. No caso da combinação de geometrias de aventais AS1/AI1 com os pinos horizontais a oscilação aumentou, enquanto nas restantes diminuíram, fazendo com que a ordem em que estas se dispunham quanto à oscilação se alterasse, ficando as combinações AS1/AI1 com os pinos verticais e AS1/AI1 com os pinos horizontais em primeiro lugar e a AS1/AI2 em último lugar, o que é visível na Figura 8.1. Os valores das oscilações de referência [13] podem ser vistos na Tabela 5.1.

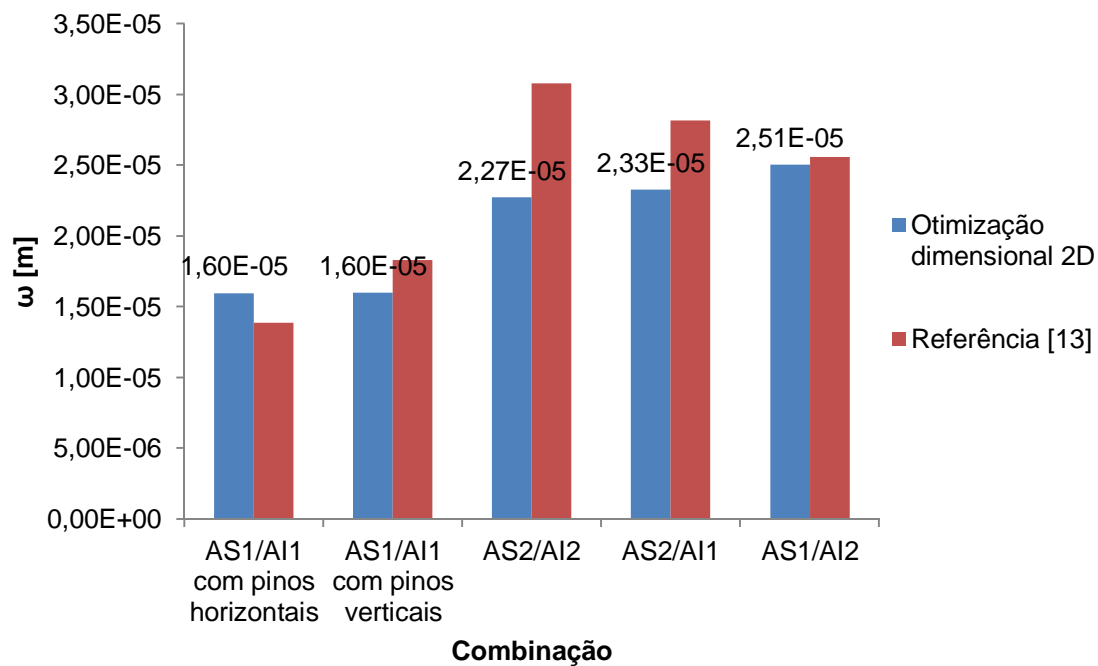


Figura 8.1 - Gráfico de comparação da oscilação resultante da otimização dimensional (2D), os melhores valores encontrados são indicados, e da referência [13]

A Figura 8.2 compara os valores da oscilação que resultaram da otimização dimensional (2D), capítulo 7, com os das análises dos modelos numéricos (2D), apresentados anteriormente na Tabela 5.3 do capítulo 5. Verificam-se melhorias significativas em todas as combinações de aventais, principalmente nas combinações AS2/AI1 e AS2/AI2. Com estes resultados pode concluir-se que as dimensões utilizadas nas análises aos modelos numéricos 2D (provenientes da referência [13]), que tinham por base modelos de linha neutra otimizados, não são as mais realistas.

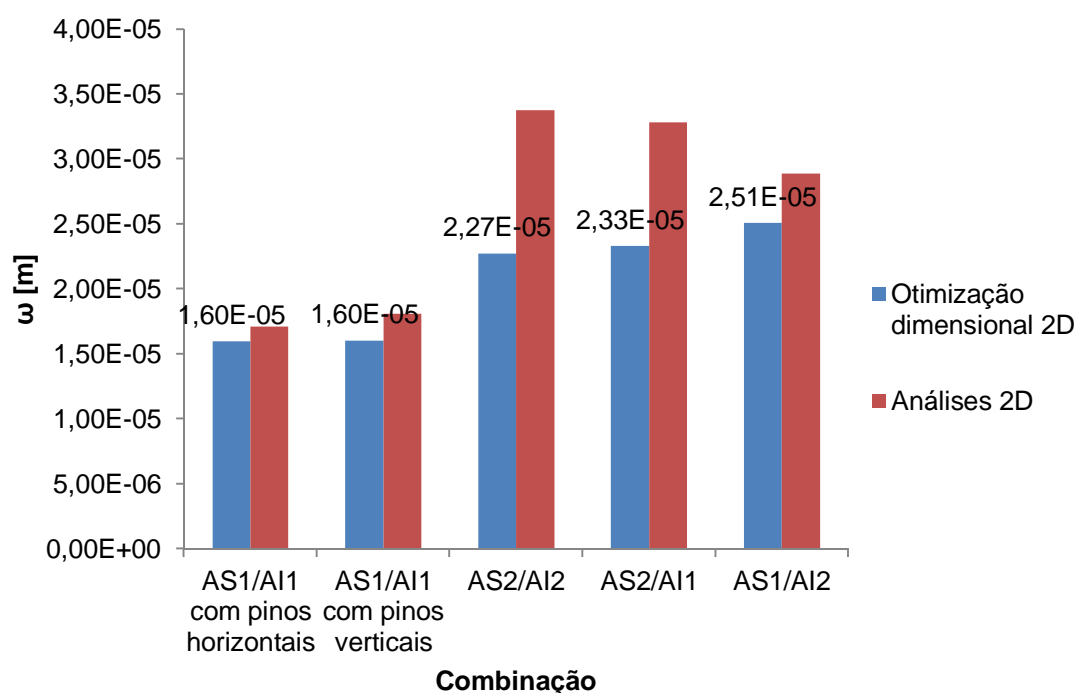


Figura 8.2 - Gráfico de comparação da oscilação resultante da otimização dimensional (2D), os melhores valores encontrados são indicados, e das análises (2D) das combinações de aventais

Na otimização topológica, o código teve de ser alterado, uma vez que o parâmetro de projeto era o Módulo de Young, definindo este a existência ou não de material em cada elemento finito e formulou-se o problema com e sem constrangimento de volume do avental superior. Assim, foi necessário atribuir a cada elemento finito um gene 0 ou 1 (ausência ou presença de material, respetivamente) e definir constantes de penalização caso o volume fosse ultrapassado. Nas topologias obtidas através das otimizações, observou-se preenchimentos preferenciais de zonas dos aventais com material e não se verificou nenhum preenchimento total dos aventais com material, nas situações sem constrangimento. Quanto às oscilações, verificou-se uma pioria dos resultados, tanto de valores como das curvas, devido ao maior esforço computacional exigido pelo método dos AG e à menor definição da malha de elementos, respetivamente. A Figura 8.3 compara os melhores valores das oscilações obtidos nas otimizações topológicas das combinações de aventais (modelos numéricos 2D) com os melhores valores obtidos nas otimizações dimensionais (modelos numéricos 2D).

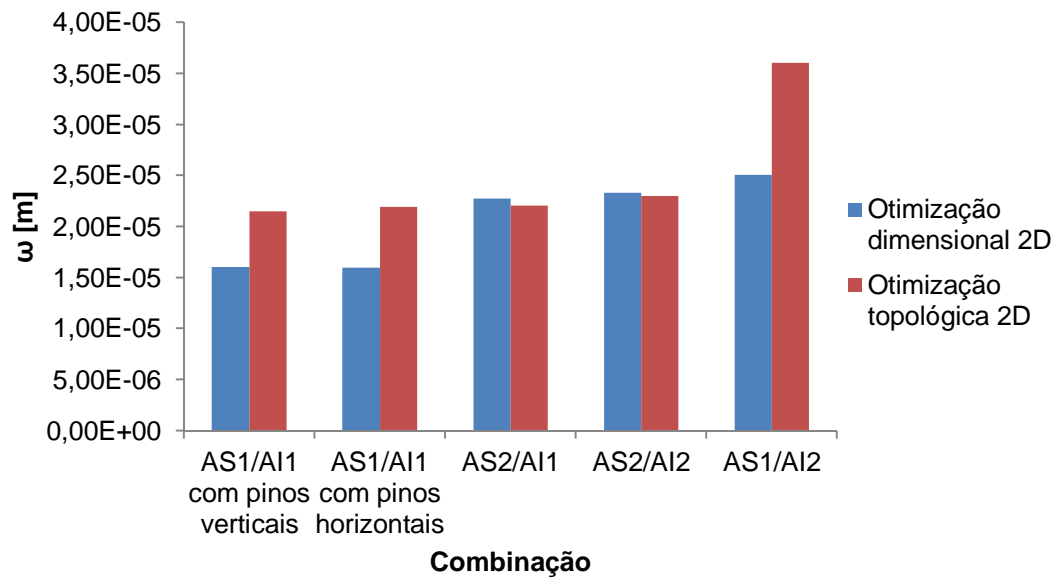


Figura 8.3 - Gráfico de comparação da oscilação resultante das otimizações dimensional (2D) e topológica (2D) das combinações de aventais

É também de salientar que este AG não evita domínios de material desconexo (“ilhas” de material).

Tanto nas análises como nas otimizações das combinações modeladas em 2D verificou-se que a maior oscilação da penetração não coincide com o maior comprimento de quinagem, tirando na combinação AS1/AI2. Verificou-se também uma grande proximidade nos resultados obtidos para as combinações AS1/AI1 com os pinos verticais e para AS1/AI1 com pinos horizontais.

Quanto ao método dos AG, observa-se que a sua aplicação à otimização topológica tem um custo computacional muito elevado, devido ao número de genes necessário para codificar um indivíduo, e que o seu carácter probabilístico obriga à obtenção de diversas amostras, para que se consiga chegar a um resultado mais próximo do ótimo quanto possível.

Assim, no futuro, teria interesse aplicar o processamento paralelo à otimização topológica das combinações de aventais, aumentando dessa forma o poder computacional, de modo a tornar possível a execução de um maior número de otimizações.

Seria também interessante, de futuro, analisar e otimizar as combinações de aventais modeladas em três dimensões, com o objetivo de aproximar-se o modelo ainda mais à realidade do processo de quinagem.

Para finalizar, seria também útil a análise, quanto à oscilação, de carregamentos descentrados no processo de quinagem, uma vez que estes constituem uma parte importante da indústria metalomecânica.

Bibliografia

- [1] Lane A., 2007, "The History of Metal Working," Ezine @rticles [Online]. Available: <http://ezinearticles.com/?The-History-of-Metal-Working&id=1149630>. [Accessed: 12-Dec-2012].
- [2] 2012, "Bronze Age," Wikipedia, The Free Encyclopedia [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Bronze_Age. [Accessed: 13-Dec-2012].
- [3] Eduljee K. E., 2007, "Prehistoric Ages: stone-iron ages categories of time," Zoroastrian Heritage.
- [4] Parker A., 2012, "Hydraulic Press," Wikipedia, The Free Encyclopedia [Online]. Available: <http://www.google.com/patents?hl=en&lr=&vid=USPAT2351872&id=HxNYAAAAEBAJ&oi=fnd&q=Hydraulic+Press&printsec=abstract>. [Accessed: 14-Dec-2012].
- [5] Lange K., 1985, Handbook of Metal Forming, McGraw-Hill.
- [6] Gupta S., 1999, "Sheet metal bending operation planning: using virtual node generation to improve search efficiency," Journal of manufacturing systems, **1**, pp. 127–139.
- [7] Kontolatis N., and Vosniakos G.-C., 2010, "Optimisation of press-brake bending operations in 3D space," Journal of Intelligent Manufacturing, **23**(3), pp. 457–469.
- [8] Forcellese A., Fratini L., Gabrielli F., and Micari F., 1996, "Computer aided engineering of the sheet bending process," Journal of materials processing
- [9] De Vin L. J., 2001, "Expecting the unexpected, a must for accurate brakeforming," Journal of Materials Processing Technology, **117**(1-2), pp. 244–248.
- [10] Kurtaran H., 2007, "A novel approach for the prediction of bend allowance in air bending and comparison with other methods," The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, **37**(5-6), pp. 486–495.
- [11] Duflou J., and Nguyen T., 2005, "Automated tool selection for computer-aided process planning in sheet metal bending," CIRP Annals- ..., (2), pp. 2–5.
- [12] Pahole I., Bonifarti S., and Ficko M., 2006, "Bending of sheet metal of complicated shapes (for 90 angle and more) in combined tools," Pahole, S. Bonifarti, M ..., **16**(1), pp. 88–93.
- [13] Coelho P. G., Faria L. O., and Cardoso J. B., 2005, "Structural analysis and optimisation of press brakes," Elsevier, **45**(12-13), pp. 1451–1460.
- [14] Gaspar J. C. S., 2012, "Optimização estrutural aplicada à melhoria da precisão de quinagem," Faculdade de Ciências e Tecnologia.
- [15] Gasparini L., 2003, "Pressing-bending machine with a device for detecting the lower and upper cross-members deflection, aimed at interacting with at least one crowning system," US Patent 6,519,996.

- [16] Hanni E., and Zbornik V., 1977, "Machine for processing metal in sheet or plate form," US Patent 4,014,204.
- [17] KANNO K., 2001, "PRESS BRAKE AND RAM MOVEMENT METHOD FOR PRESS BRAKE," WO Patent 2,001,028,705.
- [18] Koji S., 2000, "Press brake crowning method and device therefore," US Patent 2000,343,126.
- [19] Kojima H., 2001, "Bending method and bending apparatus for bending machine," US Patent 6,192,732.
- [20] Krumholz W., 1994, "Hydraulically operated press brake," US Patent 5,293,972.
- [21] SCHMIDT H., 2007, "HYDRAULIC PROCESSING PINCERS," WO Patent 2,007,093,136.
- [22] TAKADA M., 1998, "BENDING ANGLE CORRECTION METHOD AND PRESS BRAKE MADE USING THE SAME," EP Patent 0 940 196 A1.
- [23] TOLKAMP J., 2004, "APPARATUS AND METHOD FOR OVERCOMING ANGULAR DEVIATIONS IN A WORKPIECE," US Patent 6,725,702 B2.
- [24] Vidotto G., 2007, "Bending press with tool-holder table with reduced deformation," EP Patent 1,769,857.
- [25] Zbornik V., 1985, "Tool arrangement for a bending press," US Patent 4,509,357.
- [26] Zbornik V., 1990, "Method of bending sheet metal pieces to a predetermined bending angle," US Patent 4,962,654.
- [27] Adira, "Line guimadira: Proven solution."
- [28] Silva B., 2006, "Capítulo 18 - Quinagem," pp. 1–19.
- [29] eFunda, 2012, "Bending: Introduction," eFunda, Inc [Online]. Available: http://www.efunda.com/processes/metal_processing/bending.cfm. [Accessed: 18-Dec-2012].
- [30] Rodrigues J., and Martins P., 2005, "Tecnologia Mecânica - Tecnologia de Deformação Plástica Vol. 1," Tecnologia Mecânica - Tecnologia de Deformação Plástica Vol. 1, Escolar Editora, pp. 239–280.
- [31] Pacheco J. B., 1992, Utilização de Quinadoras e Guilhotinas, APTCP, Porto.
- [32] Ribeiro P. J. B., 2010, "Competitividade de máquinas-ferramenta - Conceitos inovadores aplicados a uma quinadora," Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- [33] Vilhena J. N. R., 2008, "Dobragem e Enrolamento 1," pp. 1–47.
- [34] Benson S. D., 1997, Press Brake Technology: A Guide to Precision Sheet Metal Bending, Society of Manufacturing Engineers.

- [35] Coelho P. G., and Cardoso J. B., 2011, "Métodos Computacionais em Engenharia Mecânica."
- [36] Wick C., 1984, Tool and Manufacturing Engineers Handbook (TMEH), volume 2, Forming, Society of Manufacturing Engineers, Michigan.
- [37] Francisco A., and Mendes C., 2008, "Desenvolvimento e validação de um sistema inovador de compensação de deformação numa quinadora Projecto realizado na ADIRA," Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- [38] Beer F. P., Johnston Jr. E. R., and DeWolf J. T., 2006, Mechanics of Materials, McGraw-Hill.
- [39] Dym C. L., 1973, Solid Mechanics - A variational Approach, McGraw-Hill, New York.
- [40] of the Home Secretary N. A. of S., 1982, Biographical MemoirsV.53, The National Academies Press.
- [41] 2009, "ANSYS."
- [42] Reeves C., and Rowe J., 2003, "Genetic Algorithms: Principles and Perspectives," Kluwer, Kluwer Academic Publishers.
- [43] Bendsoe M. P., Sigmund O., and Bendsøe M. P., 2003, Topology Optimization: Theory, Methods and Applications, Springer, Lyngby.